

打揚煙火玉の筒外弾道の数値計算

丁 大玉[†], 大木雄造, 檜垣守正, 吉田忠雄

足利工業大学工学部 機械工学科 〒326-8558 栃木県足利市大前町268-1

[†]Corresponding address: dding@ashitech.ac.jp

2006年6月16日 受付 2006年11月29日 受理

要旨

本研究は空気抵抗係数をレイノルズ数の関数とした煙火玉の3次元筒外弾道の理論モデルを設け、風向、風速、発射角度等の要因を考慮し、煙火玉の筒外弾道の数値計算を行った。数値計算プログラムは従来のFORTRANプログラムではなく、Excelにより作成した。初速度や空気抵抗係数(レイノルズ数の関数)などの計算条件と図示した計算結果はパソコン(PC)の同一画面上で同時に表示され、実用且つ便利である。煙火玉の実測軌跡と合わせた計算結果から、レイノルズ数の関数とした3号煙火玉の空気抵抗係数を求めた。

1. 緒言

打揚煙火の筒外弾道については、今まで多数の研究者が研究をしてきたが、煙火の筒外弾道を立体的に(3次元)計測する研究報告はいまだ見られない。筒外弾道に関する様々な理論モデルは他の研究者^{1), 2)}により提唱されたが、実際の筒外弾道と一致する理論計算に関する研究成果の報告は少なかった。

煙火玉が鉛直に打ち揚げられ、鉛直に運動する場合や空中のある平面における運動に限られる場合、1台の高速度ビデオカメラで、煙火玉の運動を追跡することができるが、煙火玉が空中を立体的に運動する場合、2台の高速度ビデオカメラにより異なる角度から煙火玉の運動を追跡する必要がある。

著者らは、打ち揚げられた3号煙火玉の筒外弾道を3次元測定した実験結果および3次元の理論計算結果についての論文³⁾を既に発表しているが、この3次元理論モデルでは煙火玉の空気抵抗係数を定数と仮定した。そして、煙火玉の運動方程式を、FORTRAN言語で作成したプログラムにより数値的に解いた。しかし、実際に煙火玉の空気抵抗係数は定数ではなく、運動速度あるいはレイノルズ数とともに変化する。FORTRANプログラムを用いた数値計算によって、実験結果と一致した風向、風速、空気抵抗係数、発射角度等の計算条件を得ることと、計算結果を図示することは煩雑であり、手間もかかる。そこで、著者らはより実用且つ便利な数値計算プログラムを作成した。著者らの過去の研究結果³⁾と異なる内容は以下の通りである。

- (1) 煙火玉の空気抵抗係数をレイノルズ数の関数として、地面からの高度の変化とともに風速の変化を考慮した煙火玉の3次元理論モデルを設け、数値計算を行う。

- (2) 数値計算プログラムはFORTRAN言語ではなく、Excelにより作成する。初速度や空気抵抗係数(レイノルズ数の関数)などの計算条件と図示した計算結果はパソコン(PC)の同一画面上で表示され、実用且つ便利である。
- (3) Excelにより、煙火玉の実測軌跡と合わせた理論計算結果から、レイノルズ数の関数とした煙火玉の空気抵抗係数を求めることができる。

本論文では、これらの内容をまとめて報告する。

2. 筒外弾道の3次元計測

2.1 計測原理

本研究では、2台の高速度ビデオカメラを用いて、異なる角度から煙火玉の空中運動軌跡を撮影した。2台の高速度ビデオカメラを打揚地点に対して直角に設置すると、得られた実験データの解析は簡単で、且つ精度が高い。しかし、地形等の条件制限により、2台の高速度ビデオカメラを直角で設置できないことがある。それでも、できるだけFig. 1のように2台の高速度ビデオカメラをほぼ直角に設置することが望ましい。煙火玉を打ち上げると同時に、2台の高速度ビデオカメラを一斉に作動し、打揚筒から出た玉の運動軌跡を撮影する。

2台のカメラで撮影したデータを解析するために、2つの3次元直交座標系をFig. 1のように設ける必要がある。2つの直交座標系($x_1-y_1-z_1$ と $x_2-y_2-z_2$)は打揚筒の出口を共通原点、鉛直方向を共通 z 軸(z_1 と z_2 共通)とする。Fig. 1のように $x_1-y_1-z_1$ 座標系の x_1 軸はカメラ1を、 $x_2-y_2-z_2$ 座標系の y_2 軸はカメラ2を通す。

カメラ1から読み取った玉の画像上の座標を y_1' , z_1' と

する。カメラ2から読み取った玉の画像上の座標を x_2', z_2' とする。

$x_1-y_1-z_1$ 座標系中、ある時刻における煙火玉とカメラ1の位置はそれぞれFig. 2中のe点とa点にある。三角形 $\triangle acg$ と $\triangle ado$ および三角形 $\triangle ace$ と $\triangle adf$ はそれぞれ相似関係となる。同時に、 $x_2-y_2-z_2$ 座標系における煙火玉の座標とカメラ2の位置については同じ幾何学関係がある。また、2つの直交座標系は次のような関係がある。

$$x_2 = x_1 \cos \alpha - y_1 \sin \alpha \quad (1)$$

$$y_2 = x_1 \sin \alpha + y_1 \cos \alpha \quad (2)$$

これらの式を用いて、1つの直交座標系における煙火玉の空間位置 (x, y, z) を求めることができる。詳細の計算式については文献⁴⁾に記載されている。

2.2 実験結果

煙火玉の運動軌跡を、Fig. 1のように設置された2台の高速度ビデオカメラにより撮影した。画像を再生し、各時刻における煙火玉の画像上の座標を読み取って、実座標を求めた例をFig. 3に示す。

本実験では、電子デジタルセオドライト(石川測機株式会社製、型番DT5A/5AS)を用いて、Fig. 1に示した角度 α を計測した。この装置の最大測角誤差は7"と小さいため、実座標の計算に及ぼす角度の測定誤差の影響は小さい。

3. 筒外弾道の理論計算

3.1 筒外弾道の運動方程式

打揚筒から出た煙火玉の運動方程式を次式で表すことができる。

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_g + \vec{F}_B + \vec{F}_D \quad (3)$$

ここで、 m は玉の質量である。 \vec{v} , \vec{F}_g , \vec{F}_B , \vec{F}_D はそれぞれ玉の速度ベクトル、重力ベクトル、浮力ベクトルおよび空気抵抗ベクトルである。

煙火玉の場合、空気抵抗は速度の2乗に比例し、次式で表示することができる。

$$\vec{F}_D = -\frac{\rho A C_D}{2} \cdot |\vec{u}| \cdot \vec{u} \quad (4)$$

ここで、 A は玉の投影面積、 ρ は空気の密度、 \vec{u} は玉と空気との相対運動速度ベクトルである。 C_D は抵抗係数で無次元数であり、次式で定義されたレイノルズ数(Reynolds number) Re の関数である。

$$Re = \frac{uD_p \rho}{\mu} \quad (5)$$

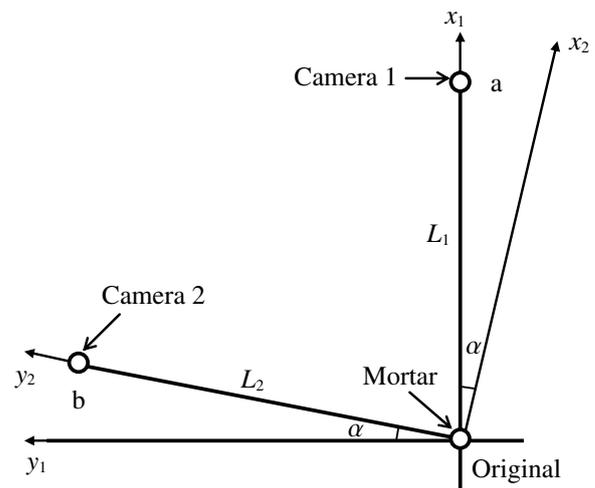


Fig. 1 Locations of high speed cameras and mortar (plane view).

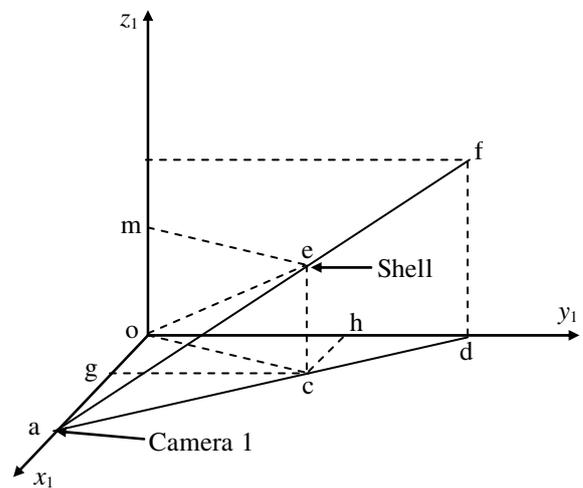


Fig. 2 Position of a shell flying in the air at a certain time.

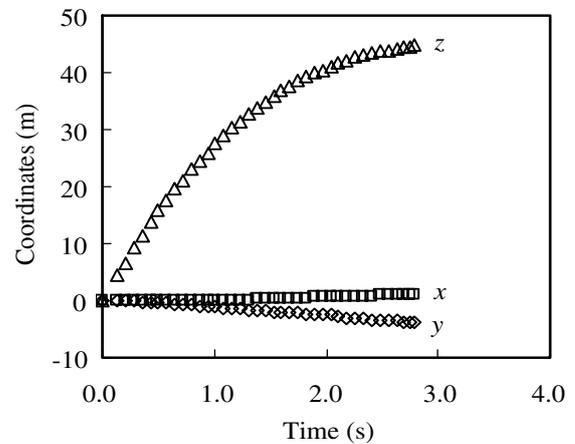


Fig. 3 Example of measured trajectory of a shell flying in the air.

ここで、 D_p は玉の直径、 μ は空気の粘性係数[Pa·s]である。重力ベクトルと浮力ベクトルはそれぞれ

$$\vec{F}_g = m\vec{g} \quad (6)$$

$$\vec{F}_b = -\frac{\rho}{\rho_p}m\vec{g} \quad (7)$$

である。ここで、 ρ_p は玉の密度、 \vec{g} は重力加速度ベクトルである。3次元直交座標 (Fig. 2)において、単位ベクトルの x , y , z の成分をそれぞれ \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} で表すと、重力加速度は $\vec{g} = -g\vec{k}$ (鉛直下向き)で表される。

玉の位置 \vec{r} 、運動速度 \vec{v} および風(空気流動)の速度 \vec{w} はそれぞれ

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (8)$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} \quad (9)$$

$$\vec{w} = w_x\vec{i} + w_y\vec{j} + w_z\vec{k} \quad (10)$$

である。

玉と空気の相対速度は

$$\vec{u} = \vec{v} - \vec{w} = (v_x - w_x)\vec{i} + (v_y - w_y)\vec{j} + (v_z - w_z)\vec{k} \quad (11)$$

$$|\vec{u}| = |\vec{v} - \vec{w}| = \sqrt{(v_x - w_x)^2 + (v_y - w_y)^2 + (v_z - w_z)^2} \quad (12)$$

である。したがって、空気中を運動する煙火玉の運動方程式は

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right)\vec{g} - \Gamma|\vec{v} - \vec{w}|(\vec{v} - \vec{w}) \quad (13)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad (14)$$

となる。

即ち

$$\frac{dv_x}{dt} = -\Gamma|\vec{v} - \vec{w}|(v_x - w_x) \quad (13a)$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\Gamma|\vec{v} - \vec{w}|(v_y - w_y) \quad (13b)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = -\left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right)g - \Gamma|\vec{v} - \vec{w}|(v_z - w_z) \quad (13c)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_x \quad (14a)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y \quad (14b)$$

$$\frac{dz}{dt} = v_z \quad (14c)$$

ここで、 $\Gamma = \frac{\rho AC_D}{2m}$; 玉が球形の場合、 $\Gamma = \frac{3\rho C_D}{4\rho_p D_p}$ である。

3.2 運動方程式の数値計算

煙火玉の空中運動方程式 (13a) ~ (14c) を直接積分することは困難であるが、コンピューター技術の発達により、数値的に解くことが容易にできる。最もよく使われる方法として、ルンゲ・クッタ法がある。理工系の分野でよく使われているコンピューター言語はFortranであるが、近年、Excelが普及しているため、本研究では、4次のルンゲ・クッタ法を用いて、Excelにより煙火玉の筒外弾道を解析した。

4. 結果と考察

4.1 数値計算の精度

模擬煙火玉が鉛直に打ち揚げられ、風のない場合、空気抵抗係数を一定とした運動方程式を直接解き、解析解 (analytical solution) を得ることができる。一方、Excelで作成した数値計算プログラムを検証するために、玉の弾道についての数値計算を行い、計算結果を解析解と比較した。玉が頂上に到達する時間と頂上の高度及び地面に落下するまでの飛行時間についての数値計算結果と解析解を Table 1 に示す。

Table 1によれば、本研究のExcelプログラムによる数値計算結果は解析解とほぼ同じであり、計算精度が高いことがわかった。

Table 1 Verification of numerical calculation program.

Input parameters	Shell muzzle velocity: 75 m s ⁻¹ ; Shell mass: 0.25 kg; Shell size: 0.083 m; Mortar tilt angle: 0°; Wind speed: 0 m s ⁻¹ ; Drag coefficient: 0.35			
	Time interval (s)	Time to apogee (s)	Apogee height (m)	Time to impact (s)
Results of numerical calculation	0.1	4.8	141.24	10.8
	0.01	4.81	141.242	10.77
	0.001	4.818	141.2423	10.778
Analytical solution		4.8186	141.2423	10.7782

Calculation of exterior ballistics	
Input parameters	
Shell mass (kg)	0.241
Shell diameter (m)	0.083
Coefficient C_{D0}	0.47
Muzzle velocity ($m\ s^{-1}$)	35
Mortar angle vertically β_1 ($^\circ$)	1.4
Mortar angle horizontally α_1 ($^\circ$)	280
Wind speed ($m\ s^{-1}$)	4
Wind angle vertically β_2 ($^\circ$)	90
Wind angle horizontally α_2 ($^\circ$)	280
Time interval (s)	0.01

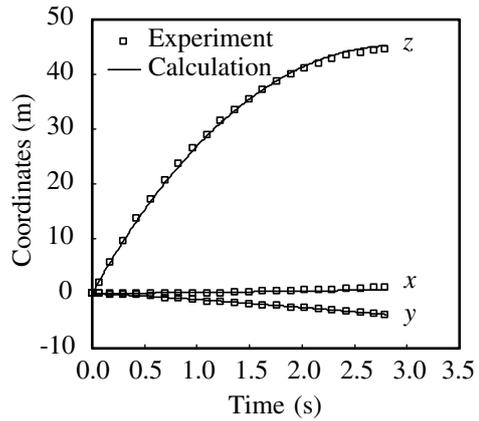


Fig. 4 Input parameters and calculated results shown on the PC screen at the same time.

4.2 Excelによる筒外弾道の3次元理論計算

ルンゲ・クッタ法による各差分式をExcelのワークシートセルに予め入力する。玉の質量、直径、初速度や空気抵抗係数などの入力パラメーターをFig. 4の左側の表のように与えるとすぐに自動計算が行なわれ、計算結果はFig. 4の右側(実線)のようなグラフで表される。実験から求めた玉の筒口速度を計算の入力パラメーターとして用いた。空気抵抗係数、風速及び風向などの入力パラメーターについては、始めに適当な数値を入力し、次にグラフに示した計算値(実線)と実測値(□印)がほぼ一致するまで、これらの値を繰返し調整した。最後に、計算結果が玉の実際の運動軌跡と一致したとき、計算の入力パラメーターとした適当な空気抵抗係数、風速、風向が得られた。Fig. 4の左側の表にある係数 C_{D0} は空気抵抗係数の平均値ではなく、空気抵抗係数を調整するパラメーターである(詳細は4.3節参照)。

本研究では、実験時の風速や風向を測定しなかったが、高速度ビデオカメラにより、撮影した玉の運動軌跡から打ち揚げられた玉が少しずつ水平方向に移動していることがわかった。これは、風の影響、若しくは打揚筒の傾斜による影響と考えられる。実験の際、打揚筒は地面(水平方向)とはほぼ垂直に設置されたが、打揚筒軸は鉛直方向から少しずれる可能性がある。したがって、計算には玉の水平移動に及ぼす打揚筒軸の傾斜誤差の影響および風の影響を考慮し、実測軌跡と合わせた計算結果はFig. 4の通りである。しかし、煙火玉の自転によるMagnus効果は水平移動に影響を与える可能性や、煙火玉と打揚筒の間に隙間があるため、打ち揚げられた玉は筒軸の方向にまっすぐではなく、筒軸からややずれた方向へ運動する可能性もある。計算にはこれらの影響を考慮しなかった。

打揚方向、空気抵抗係数、風速、風向などの多数の要因は玉の運動を同時に影響しているため、実測軌跡と合わせるために、これらのパラメーターを同時に調整する必要がある。本研究のExcel数値計算プログラムにより、このような計算を簡単に行うことができる。Excelのセルに入力した計算条件とグラフで表した計算結果は同一のパソコン画面上で表示されるので、入力パラメーターを変えれば、すぐにグラフ上の計算結果が変更される。計算結果を同一グラフに表示した実測軌跡と合わせるため、複数の入力パラメーターを簡単に調整することが可能である。

4.3 空気抵抗係数

煙火玉が打揚筒から出た後、空気と相対運動をする場合、空気の粘性によって流れの方向に抵抗力を受ける。煙火玉に働く空気抵抗は空気の密度と粘性、玉の形状や表面の粗さなどの要因に依存する。著者が提案した外弾道の理論モデルは球形の煙火玉に適用し、この計算結果を球形の煙火玉の実験結果のみと比較する。

流体と相対運動をする球の抵抗測定は古くから多数の研究者によって実施されている。球の抵抗係数 C_D は球の直径を基準長としたレイノルズ数 Re (定義式(5)参照)により、Fig. 5中の○印のように変化する⁵⁾(以下は球の $Re \sim C_D$ 関係と略す)。低レイノルズ数の領域($Re < 1000$)において、 C_D は Re の増加とともに減少する。レイノルズ数 $Re = 1000 \sim 200000$ の範囲では、抵抗係数 C_D が0.3~0.5程度である。さらに、レイノルズ数が250000付近で、球表面の層流境界層が乱流へ遷移して、境界層の剥離位置が大幅に下流へ移動するため、抵抗係数が急速に減少する。このときのレイノルズ数を臨界レイノルズ数と呼ぶ。空気と相対運動をする球形の煙火玉に対して、球の $Re \sim C_D$ 関係(Fig. 5中の○印)が適用されることが期待される。したがって、本研究の数値計算プログラムは、次式のようなレイノルズ数の関数とした空気抵抗係数を用いて筒外弾道の数値計算を行った。

$$C_D = C_{D0} \cdot f(Re) \tag{15}$$

ここで、 $f(Re)$ は球の $Re \sim C_D$ 関係(Fig. 5中の○印)を0.44で標準化(normalized)したものである。 C_{D0} は調整係数(Fig. 4中の係数 C_{D0} と同様)である。計算には、まず煙火玉の運動速度からレイノルズ数を求め、次に $f(Re)$ の値を求め、この値と C_{D0} の積を抵抗係数 C_D とする。球の $Re \sim C_D$ 関係を簡単に数式で表示することは困難であるため、本研究の数値計算プログラムは、Fig. 5中の○印のデータを直接読み取って計算を行う。

本研究では、実験場所の制限のため、3号煙火玉の頂上までの弾道を高速度ビデオカメラで取れるように、10 g以下の揚薬量を用いて、6回の打揚実験を行った。

揚薬量6 gの場合、煙火玉が開発するまでの全弾道が高速度ビデオカメラの視野に入った。実験結果と合わせた計算結果の1例はFig. 4の右側のグラフに示した実線である。

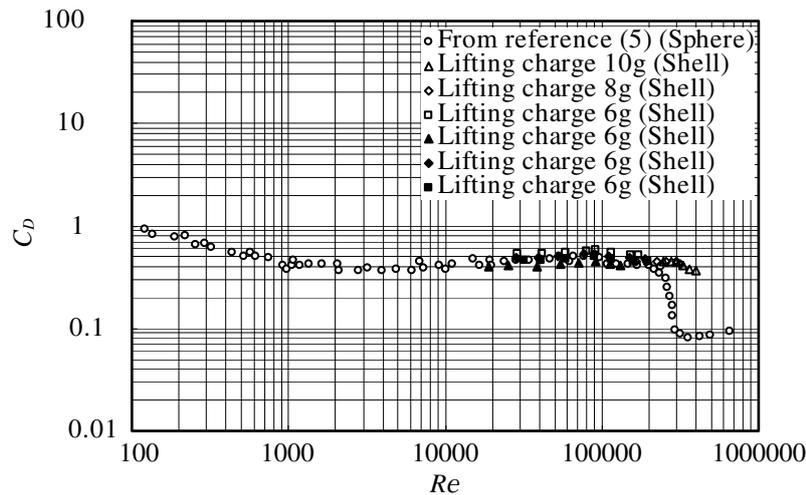


Fig. 5 Drag coefficient of sphere and spherical fireworks shell.

数値計算の結果が実験結果と一致したときの空気抵抗係数(レイノルズ数の関数)をFig. 5(◆印)に示す。他の3回(揚薬量6 g)の実験結果に対しても、同様な計算方法により得られた空気抵抗係数をFig.5に示す。初速度が小さいため、レイノルズ数が $Re=300000$ 以下の領域となって、空気抵抗係数はほぼ $0.4\sim 0.5$ の範囲で変化する。個々の煙火玉の形状や表面状況が若干異なるため、同じレイノルズ数における空気抵抗係数は少々異なる。

揚薬量10 gと8 gの場合、初速度が大きいため、煙火玉が開発するまでの弾道の一部だけが高速ビデオカメラの視野に入った。玉の初速度におけるレイノルズ数が300000以上なのにもかかわらず、球の臨界レイノルズ数付近の $Re\sim C_D$ 関係を用いた計算結果はFig. 6中の破線に示したように、実測結果と一致しなかった。しかし、Fig. 5(△と◇印)に示した空気抵抗係数($C_D=0.35\sim 0.45$)を用いた計算結果(Fig. 6中の実線)は実測結果とほぼ一致した。これは、煙火玉の空気抵抗係数は球の臨界レイノルズ数付近では急速に変化しないことを示唆している。

レイノルズ数の関数とした空気抵抗係数を用いた弾道の

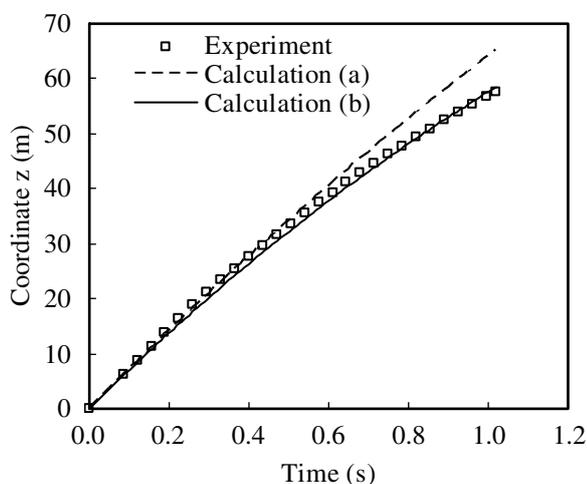


Fig. 6 Ballistics of shell fired with 10 g black powder. (Calculation(a) done by C_D of sphere; Calculation(b) done by C_D of symbolic \triangle shown in Fig. 5)

計算結果を実測結果と比較したところ、レイノルズ数(Re) 300000以下の範囲では、抵抗係数 Re が球の $Re\sim C_D$ 関係とほぼ同じで、 $0.4\sim 0.5$ 程度であるが、高レイノルズ数($Re > 300000$)になると、抵抗係数 C_D が急速に変化しなくなり、緩やかに減少し始める傾向がある。

但し、今回の実験は実験数が少ないことと、揚薬量の多い(高レイノルズ数)場合、煙火玉の弾道の一部しか高速ビデオカメラに撮られなかったことから、煙火玉の臨界レイノルズ数が存在するかどうかを判断することはできない。

清水¹⁾は、煙火玉の最高到達高度及び飛行時間を測定し、空気抵抗係数の平均値を推定した。彼は空中を運動する煙火玉の場合、臨界レイノルズ数は現れないという結論をつけた。その原因は大気中における玉の運動は風洞試験の場合と異なり、回転、螺旋運動及び空気の乱れを伴うためであると解釈された。しかし、煙火玉の $Re\sim C_D$ 関係を求めるには、発射から地面に落下するまでの全飛行軌跡を測定することが必要である。

4.4 風の影響

実際の風は速度と方向が気候、地形や周囲の建物などに影響され、複雑であり、簡単に数式で表示することが困難である。

Eckhardt⁶⁾は次のモデルを煙火玉の空中運動の計算に用いた。

$$w_z = w_R \cdot \left(\frac{z}{z_R} \right)^b \quad (16)$$

ここで、 w_z は高度 z の風速、 w_R は高度 z_R で計測した風速、 b は定数である。

和田ら⁷⁾は、地上風速と上空100 mの風速を測定し、大量の貴重なデータを取得した上で、地上風速と上空風速の関係を調べた。

本研究では、次式に示した地表からの高度の関数とした風速を筒外弾道の方程式に取り入れ、鉛直に打ち上げられた煙火模擬玉が地面に落下するまでの弾道を計算した。

Table 2 Input parameters of ballistic calculation for a dummy shell.

	Example 1	Example 2	Example 3	Example 4	Example 5
Shell mass (kg)	0.24	0.168	0.168	0.168	0.168
Shell diameter (m)	0.08	0.077	0.077	0.077	0.077
Average drag coefficient	0.40	0.40	0.40	0.35	0.50
Muzzle velocity vertically (m s ⁻¹)	73	73	73	73	73
Average wind speed (m s ⁻¹)	5	10	15	10	10

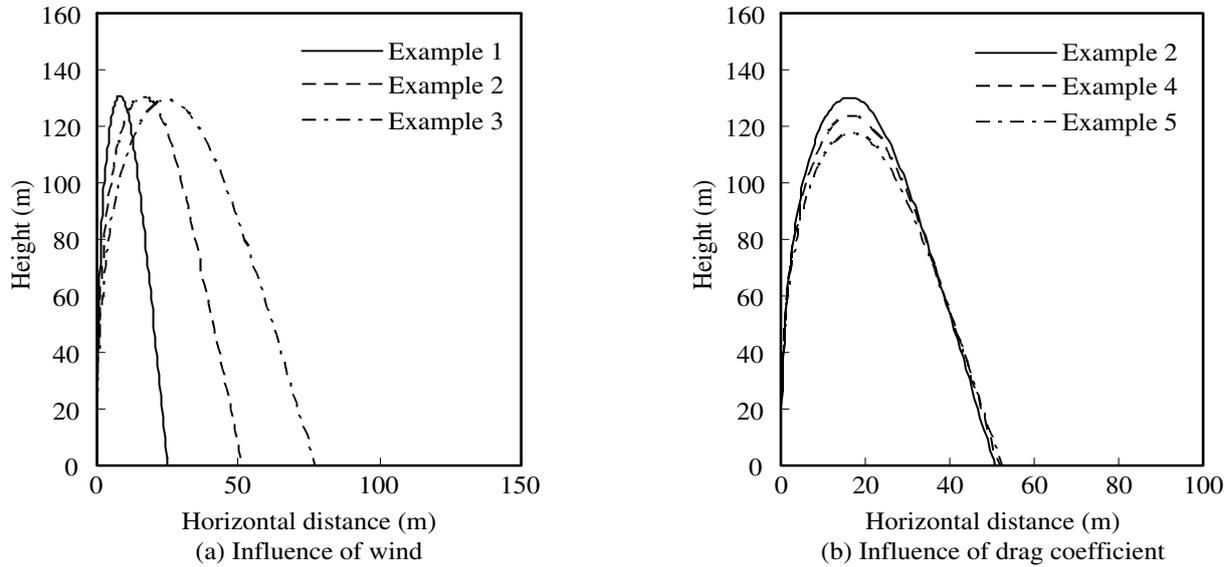


Fig. 7 Examples of exterior ballistics calculation for a dummy shell.

$$w_z = (w_{100} - w_0) \cdot \left(\frac{z}{100}\right)^b + w_0 \quad (17)$$

ここで、 w_z は高度 z の風速、 w_{100} は上空100 mの風速、 w_0 は地上風速、 b は定数である。

計算の入力パラメーターを Table 2 に記す。計算結果を Fig. 7 に示す。

煙火玉の弾道に及ぼす風速の影響を Fig. 7 (a) に示す。Fig. 7 (a) のように煙火玉が風の方向に流される距離は、風速に比例して大きくなる傾向がある。これは和田ら⁷⁾の実験結果と同様の傾向を示している。また、煙火玉の水平移動距離については、上昇弾道より、降下弾道のほうが大きい。同じ風速に対して、空気抵抗係数を変えて計算した結果を Fig. 7 (b) に示す。玉の鉛直方向の運動に比べ、水平方向の運動に及ぼす空気抵抗係数の影響は小さい。

4.5 発射角度の影響

実験の際、打揚筒を設置するとき、筒軸方向が鉛直方向からずれる可能性がある。ここで、打揚筒軸の方向と鉛直方向の角度を発射角度とする。煙火玉の発射角度の影響を Fig. 8 に示す。発射角度が大きくなると、水平方向の移動距離が長くなり、発射角度の影響が大きい。また、水平移動距離については、上昇弾道のほうは Fig. 7 (a) に示した計算結果及び実験結果と同様な傾向を示し、水平移動距離が短い。これに対して、降下弾道のほうは、水平移動距離が大きい。したがって、煙火消費時の保安距離を設定するに

は、これらの影響を検討しなければならない。

本研究の計算プログラムは、風や発射角度の影響を考慮した弾道方程式を解くことができるが、3号煙火玉以外の他の煙火玉についての筒外弾道に関する実験データがまだ少ないため、今後の研究では、他の煙火模擬玉の地面に落下するまでの弾道を測定する必要がある。

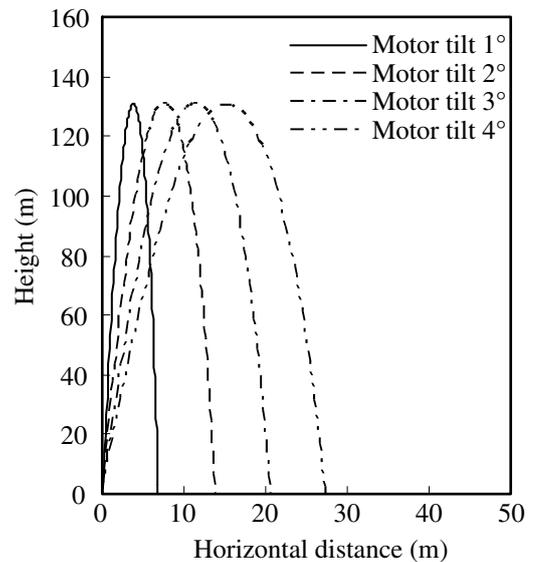


Fig. 8 Influence of motor tilt angle. (Input parameters are same as that of example 1 but no wind)

5. 結論

- 1) 2台の高速ビデオカメラにより打揚煙火玉の空中飛行軌跡を計測することができた。
- 2) ルンゲ-クッタ法を用いて作成したExcelプログラムは計算精度が高く、煙火玉の運動方程式を正確に解くことができた。
- 3) Excelにより、煙火玉の筒外弾道の理論計算を容易に行うことができた。実測軌跡と合わせた計算結果から、レイノルズ数の関数とした空気抵抗係数が得られた。
- 4) 3号煙火玉について、レイノルズ数 $Re < 300000$ の範囲において、抵抗係数 C_D は0.4~0.5程度であり、高レイノルズ数($Re > 300000$)になると、抵抗係数 C_D が0.35~0.45の範囲で、緩やかに変化する傾向がある。
- 5) Excelにより、風速を高度の関数とした運動方程式を解くことができ、風の影響を検討した。

煙火玉の自転によるMagnus効果は筒外弾道にも影響を与えると考えられるが、玉の自転速度や方向を測定することが困難であるので、今回の計算にはMagnus効果の影響を考慮しなかった。Magnus効果の影響が今後の研究課題である。

謝辞

打揚実験を行うに当たり、多大のご協力をいただいた須永花火株式会社田島氏、株式会社ノビテック小西氏、昭和理化学器械株式会社周藤氏、足利工業大学都市環境工学科藤島氏、足利工業大学機械工学科檜垣研究室青柳君に深く感謝の意を表す。

References

- 1) T. Shimizu, Kogyo Kayaku (Sci. Tech. Energetic Materials), 20, 18 (1961).
- 2) K. L. Kosanke and B. J. Kosanke, Pyrotechnica XIV, pp. 46-57 (1992), Journal of Pyrotechnics Inc.
- 3) D. Ding, M. Higaki, Y. Ooki, and T. Yoshida, J. Pyrotech., 23, 30 (2006).
- 4) T. Yoshida, and D. Ding, "Hanabi - Gaku Nyuumon (An Introduction to Fireworks)", pp. 216-218 (2006), Pleiades Publisher.
- 5) JSME, "JSME Mechanical Engineers' Handbook A. Fundamentals, A5 Fluid Mechanics", pp. 98-99, (1988), Maruzen Press.
- 6) D. Eckhardt, 5th International Symposium on Fireworks, pp. 85-103 (2000), American Fireworks News.
- 7) Y. Wada, S. Hatanaka, T. Matsunaga, M. Tamura, A. Miyahara, H. Futamata, and T. Yoshida, Kogyo Kayaku (Sci. Tech. Energetic Materials), 49, 18 (1988).

Numerical calculation for exterior ballistics of fireworks shell

Dayu Ding[†], Yuzo Ooki, Morimasa Higaki, and Tadao Yoshida

A three-dimensional theoretical model for calculating fireworks shell trajectory was built in the research work. A drag coefficient is assumed as a function of the Reynolds number in the theoretical model. The effects of wind direction, wind speed, air drag, and mortar tilt angle on the trajectory can be examined by the theoretical model. A numerical computing program was developed with the Microsoft Excel calculation. The input parameters and the graphs of calculated results can be shown on the PC screen at the same time, after several parameters such as initial velocity, drag coefficient are inputted. Therefore, the program is convenient and practically useful.

The optimal drag coefficient, wind speed and wind direction were easily determined with the Microsoft Excel calculation by fitting calculated trajectory to that of experiment. With the method, the drag coefficient of No. 3 shell was obtained.

Keywords: Fireworks, Exterior ballistics, Drag coefficient, Numerical calculation

Department of Mechanical Engineering, Ashikaga Institute of Technology, 268-1 Omae-cho, Ashikaga-shi, Tochigi 326-8558, JAPAN

[†]Corresponding address: dding@ashitech.ac.jp