

打揚煙火玉および星の筒内弾道の研究

丁 大玉, 檜垣守正, 大木雄造, 吉田忠雄[†]

足利工業大学 工学部 機械工学科 〒326-8558 栃木県足利市大前町268-1

[†]Corresponding address: yoshida@ashitech.ac.jp

2006年6月16日 受付 2006年8月31日 受理

要旨

煙火の打揚に用いられる筒の内径は、煙火玉の外径よりも大きく、玉は筒と密着せず、隙間がある。隙間が大きいほど、隙間を通る燃焼ガスの流出量が多い。また、同じ隙間でも、揚葉の燃焼ガス圧力によって、隙間を通るガス流出量は異なる。本研究では圧力を打揚筒の底部と上部の2箇所計測し、得られた2つの圧力プロファイルの関係から、筒内における玉の運動に及ぼす燃焼ガスの流出量の影響を検討した。

筒内の底部と上部における圧力プロファイルにより、燃焼ガスの流出量を定性的に判断することができる。燃焼ガスの流出量が多いと、筒内の圧力は筒軸方向に沿って変化するため、煙火玉に働く圧力は筒内の圧力と等しくならず、測定した圧力を補正しなければ、筒内弾道を正確に解析することはできない。燃焼ガスの流出量が少ない場合、筒内における圧力プロファイルにより、筒内弾道を解析した結果は実験結果とよく一致し、精度は良好であった。

1. 緒言

打揚煙火玉は円筒形の打揚筒を用いて、黒色小粒火薬を用いた揚葉により打ち揚げられる。揚葉量が少ない、もしくは筒内圧力が不足していると、煙火玉を予定高度まで安全に打ち揚げることはできない。揚葉量が多すぎると、燃焼ガスの高圧による打揚筒の破裂や煙火玉の損傷が発生する恐れもある。打揚煙火玉を安全に打ち揚げるために、打揚筒内における圧力特性を知ることは重要である。

煙火玉の打揚に用いられる筒の内径は、玉の外径よりも大きい。したがって、砲弾や銃弾を発射する砲銃身とは違い、玉と筒とは密着しておらず、隙間がある。そのため、煙火玉の打揚筒内弾道を解析するには、砲弾内弾道理論と異なる取扱いが必要である。

打揚煙火の筒内弾道については他の研究者により研究されてきた。Eckhardt¹⁾は筒内の圧力を測定し、圧力プロファイルから煙火玉の運動を計算した。更に、清水²⁾、J. E. Mercer³⁾は煙火玉と打揚筒との隙間から燃焼ガスの流失を考慮した理論モデルを作って、打揚筒内弾道の数値計算を行ったが、彼らの理論モデルは燃焼ガスの流失による筒内の圧力が筒軸方向にそって変化しないことを仮定とした。

著者らは3号煙火玉の打揚筒内における圧力プロファイルから筒口速度を推測し、それを高速度カメラにより測定した筒口速度と比較した結果、筒口速度の計算値と実測値はほぼ一致した⁴⁾。煙火玉と筒内表面の隙間の影響を検討するために、煙火玉の代わりに、外径の異なる種々な煙火星

を用いて、打揚実験を行った。打揚筒内の複数の位置の圧力を測定し、圧力のバラツキや筒口速度に及ぼす隙間の影響を検討した⁵⁾。更に、透明の打揚筒を用いて、筒内における星の運動様子を高速カメラにより観察し、隙間の影響を調査した⁶⁾。

本論文では以上のような打揚実験結果を総合し、打揚筒内における圧力特性を解析した結果を報告する。

2. 実験

2.1 試料

煙火玉と打揚筒との隙間から燃焼ガス流失の影響を調べるために、実験用サンプルとして、煙火玉の代わりにTable 1に記した外径の異なる数種の球形煙火星を用いた。これらの星の名称はそれぞれ25号玉用紅ボタン、4号玉用銀冠、6号玉用銀冠である。

煙火星の主な組成成分および組成比をTable 2に記す。星の外観および断面写真をFig. 1に示す。星に直接着火するのが困難なため、星の表面を着火剤で被覆した。着火剤は主に硝酸カリウム、炭、硫黄とみじん粉の混合物であった。

以降打揚サンプルに用いた煙火玉や煙火星を発射体(projectile)と呼ぶ。

揚葉(Lifting charge)としては、黒色小粒火薬を用いた。揚葉量をTable 1に記す。詳細は文献(5)と(6)を参照してほしい。

Table 1 Samples used for the experiments.

Sample (Star)	Star mass (g)		Star diameter (mm)		Lifting charge (g)	Mortar
	Average	Sd	Average	Sd		
For No. 2.5 shell ⁵⁾	0.95	0.10	10.66	0.34	2	ϕ 20 mm steel tube
For No. 4 shell ⁵⁾	1.87	0.07	13.36	0.27	2	
For No. 6 shell ⁵⁾	3.79	0.22	16.97	0.42	1~7	
For No. 2.5 shell ⁶⁾	1.09	0.03	10.96	0.18	1	ϕ 18 mm transparent tube
For No. 6 shell ⁶⁾	3.72	0.29	16.87	0.39	1	

Sd = Standard deviation

Table 2 Typical compositions of stars.

Components	Star	
	For No. 2.5 shell	For No. 4 shell or No. 6 shell
Potassium perchlorate (KClO ₄)	47 wt%	49 wt%
Strontium carbonate (SrCO ₃)	14 wt%	
Phenol resin	20 wt%	
Magnesium	14 wt%	
Aluminum		44 wt%
Chlorinated gum	5 wt%	7 wt%

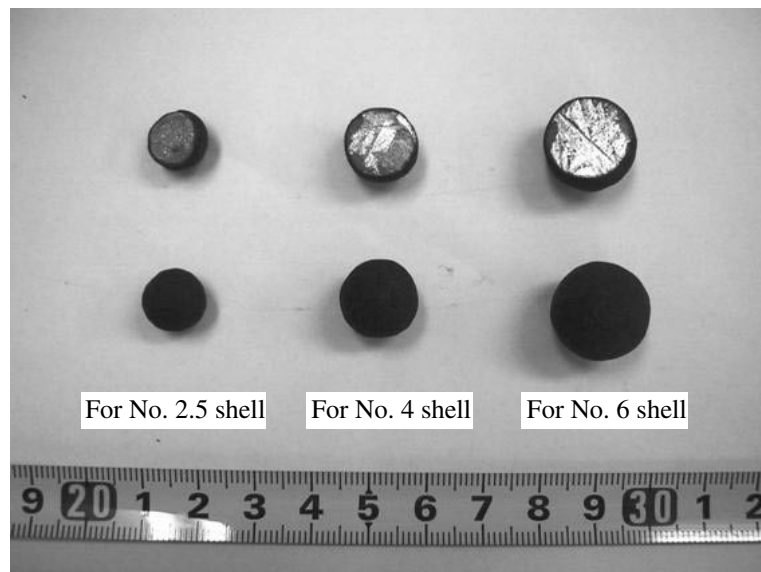


Fig. 1 Photograph of appearance and cross section of stars.

2.2 打揚筒

打揚筒としては、内径20 mm×深さ360 mmの鋼管および内径18 mm×深さ375 mmの透明筒を用いた。

打揚筒内における圧力特性を解析するために、筒軸方向に沿って筒側面に異なる2箇所に圧力センサーを取り付け、圧力プロフィールを記録した。打揚筒の寸法および圧力センサーの取り付け位置をFig. 2に示す。

打揚筒内の圧力はひずみゲージ式圧力センサー(KISTLER (株) 製、型式7001)を用いて、チャージアンプ

(KISTLER (株) 製、型式5011B10Y26)を介してデジタルオシロスコープ(横河電機(株)製、型式DL1640L)に記録された。

また、高速度ビデオカメラ(ノビテック(株)製 Phantom V4.3, カメラの設定条件:画面の画素数, 横256×縦512ピクセル, 撮影速度600コマ毎秒)を用いて、打揚筒から出た星の運動様子を撮影した。

同じ高速度ビデオカメラ(カメラの設定条件:画面の画素数, 横64×縦512ピクセル, 撮影速度4200コマ毎秒)を用いて、透明筒内における星の運動様子を撮影した。

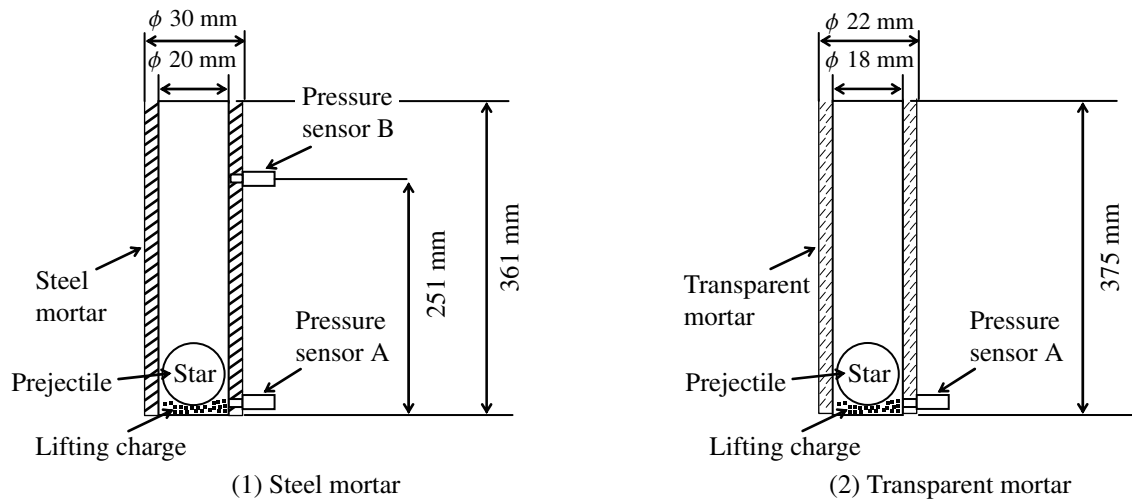


Fig. 2 Size of mortars and positions of pressure sensors.

2.3 実験方法

電気点火玉と揚薬を地面に垂直に設置した打揚筒の底にセットし、その上に、発射体を入れた。12 V バッテリーからの電流を点火玉に通電すると、揚薬が燃焼し、発射体が打ち揚げられた。点火玉に通電し、圧力測定装置のトリガーが作動すると同時に、打揚筒から約20 m離れたところに設置した高速度カメラのトリガーを作動させた。打揚筒から出た発射体の運動軌跡は高速度カメラにより撮影した。打ち揚げられた発射体の各時刻における座標を撮影画像上で読み取り、打揚筒の傍に設置した標尺の高さから、画像座標を実座標に換算した。各時刻における発射体の実座標により、筒口付近の平均速度を求めた。

以降、発射体が筒口に到達する時の速度を筒口速度 (Muzzle velocity) とする。

本実験に用いられた発射体は打揚筒と密着していないので、発射体と打揚筒との隙間を間隙率 δ (Gap ratio) で表し、以下のように定義する。

$$\delta(\%) = \frac{S - s}{S} \times 100 \quad (1)$$

ここで、 S は打揚筒の内断面積、 s は発射体の投影面積である。発射体が球形の場合、間隙率 δ を次式で表す。

$$\delta(\%) = \frac{D^2 - d^2}{D^2} \times 100 \quad (2)$$

ここで、 D は打揚筒の内径、 d は発射体の外径である。

3. 結果と考察

3.1 筒内弾道の運動方程式

打揚筒軸方向における発射体の運動を次のような方程式で表すことができる。

$$m \frac{du}{dt} = A \cdot p - mg \sin \theta - R_d \quad (3)$$

$$\frac{dZ}{dt} = u \quad (4)$$

ここで、 m は発射体の質量、 u は発射体の運動速度、 Z は発射体の移動距離、 g は重力加速度、 θ は打揚筒軸と地面との角度、 A は発射体の投影面積、 p は発射体に加わる燃焼ガスの圧力である。打揚筒が垂直に設置された場合、筒軸と地面 (水平方向) との角度 θ は 90° となる。この式では打揚筒の内表面と発射体との相互作用を無視した。また、 R_d は空気抵抗であり、次式で与えられる。

$$R_d = \frac{1}{2} C_D \rho_{air} u^2 \cdot A \quad (5)$$

ここで、 ρ_{air} は空気密度である。 C_D は空気抵抗係数であり、球の場合は、高いレイノルズ数 Re 範囲では $C_D \approx 0.44$ である⁷⁾。

J. E. Mercer³⁾ は次の式を用いて、空気抵抗を計算した、

$$R_d = \frac{1}{2} \rho_{air} u^2 \cdot A \quad (6)$$

発射体に作用する燃焼ガスの圧力がわかれば、微分方程式 (3) と (4) を以下のように数値的に解くことができる。

ある時刻 t_0 における u の値として u_0 、 Z の値として Z_0 が与えられている場合に、 t_0 から微小時間 Δt だけ経過したときの u の値 u_1 、 Z の値 Z_1 を計算する。ここで、初期時刻 t_0 における u の値 u_0 、 Z の値 Z_0 を初期値と呼ぶ。 t_0 から微小時間 Δt だけたつたときの時刻 t_1 は $t_1 = t_0 + \Delta t$ である。このような微小時間間隔 Δt での逐次繰り返し計算を、発射体が筒を出るまで行なうと、筒底から筒口までの各時刻における発射体の移動速度および移動距離が求められる。したがって、発射体の筒口速度を求めることができる。

ここで、時間の刻み幅 Δt が、記録した圧力の時間間隔と同じであれば、圧力データをそのままこれらの式に代入して数値計算を行うことができる。本研究の実験では、圧力

測定のサンプリング数が10000で、測定時間が0.1 sであるので、 10^{-5} sの時間間隔で圧力をテキストファイルの形式で記録メディアに保存した。

本研究では、式(3)と式(4)のような微分方程式を数値的に解くために、最もよく使われる方法であるルンゲ・クッタ法を用いた。

3.2 打揚筒内における圧力特性

揚薬量を変えたり、打揚筒と発射体との間隙率を変えたりして実験を行い、打揚筒の底部Aと上部B(底から筒の長さの約2/3)の2箇所測定した3つの典型的な圧力プロフィールをFig. 3に示す。Fig. 3(a)に示したものの(ケースa)は、発射体を筒に入れずに筒の出口を開放したままで、揚薬が燃焼したときの筒内圧力プロフィールである。Fig. 3(b)に示した圧力プロフィール(ケースb)は、筒内に球形の発射体があり、発射体と筒との間隙率が小さいときの筒内圧力プロフィールである。Fig. 3(c)に示した圧力プロフィール(ケースc)は、筒内に球形の発射体があり、間隙率が大きいときの筒内圧力プロフィールである。

火薬の燃焼ガスの圧力は音速と同じ速度で空間を伝播する。音波が伝播する気体を理想気体とした場合、音速を式(7)で表すことができる⁸⁾。

$$c = \sqrt{\gamma \frac{RT}{M}} \quad (7)$$

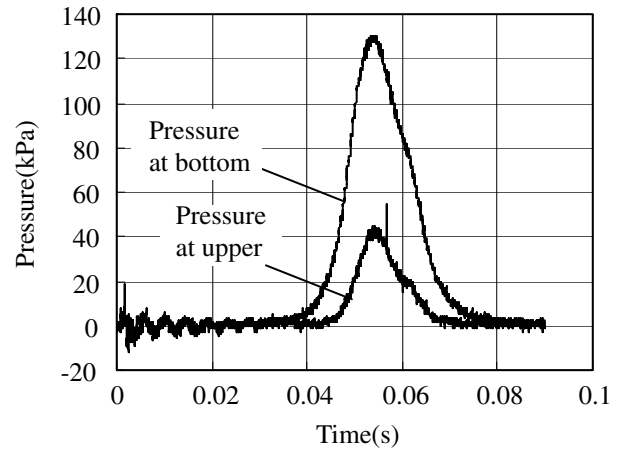
ここで、 c は音速[ms^{-1}]、 γ はガスの比熱比(1より大きい)、 R は気体定数(=8.314 J mol⁻¹ K⁻¹)、 M は気体の平均モル質量[kg mol⁻¹]、 T は気体の温度[K]である。空気中の音速は常温で約340 m s⁻¹であるが、火薬の燃焼ガスは温度が高いので、その音速は常温下での音速より高い。

ここでは、Gordenらによる化学平衡計算プログラム⁸⁾を使用し、黒色火薬の燃焼ガスの熱力学性質を計算した。得られた γ と音速はそれぞれ1.12と611 m s⁻¹であった。燃焼圧力の筒底から筒口まで伝播する時間は筒の長さ L と音速 c の比率($L/c=6 \times 10^{-4}$ s)に等しい。 L/c は非常に小さいので、発射体の運動に比べ、火薬の燃焼ガスの圧力は非常に短い時間内に筒内の全域に到達することがわかる。

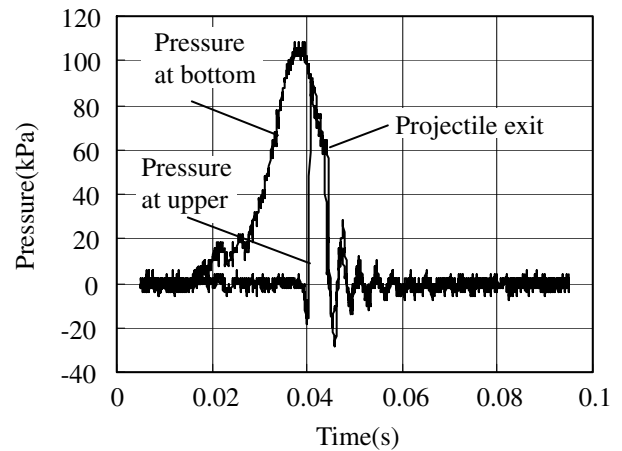
密閉状態の場合、筒内の燃焼ガスは流失しない。圧力は時間とともに変化するが、筒内のすべての場所の圧力はほぼ同じである。したがって、密閉状態の筒内における全ての場所で測定した圧力プロフィールはほぼ同じである。

ケースaの場合、燃焼ガスの圧力は速く筒口に到達するが、筒が開放されているので、燃焼ガスが筒口から流失する。したがって、筒底の圧力がいくら上昇しても、燃焼ガスが筒軸方向に沿って外へ流れていき、筒口に向かって圧力は減少し、筒口のところでほぼ大気圧まで低下する。Fig. 3(a)の圧力プロフィールでは、同一時刻における筒の底部と上部の圧力の大きさはそれぞれ異なるが、圧力の変化傾向はほぼ同じである。つまり、底部Aと上部Bでの圧力はほぼ同時にピークに達することがわかる。

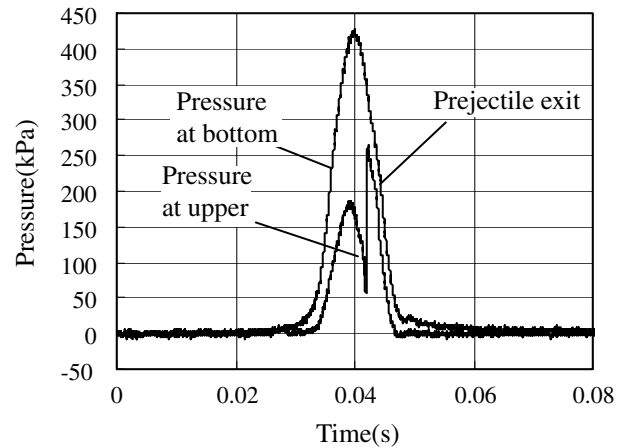
ケースbの場合、発射体と筒との隙間が小さい。仮に隙間がないと考える。発射体が筒を2つの空間に分ける。1つは、発射体と筒底との間の空間であり、 Ω_1 と記す。空間



(a) No projectile in mortar($\delta=100\%$)



(b) $\delta=20\%$



(c) $\delta=53\%$

Fig. 3 Typical pressure profiles in mortar.

Ω_1 は発射体の運動と共に増大するが、密閉状態なので、空間 Ω_1 の全域で圧力はほぼ同じである。もう1つは、発射体と筒口との間の空間であり、 Ω_2 と記す。空間 Ω_2 は開放状態(ケースaと同様)である。燃焼ガスがないため、空間 Ω_2 における圧力は大気圧に等しい。ここで、空間 Ω_1 に向いている発射体の表面を発射体の下表面、その反対側の表面を発射体の上表面という。

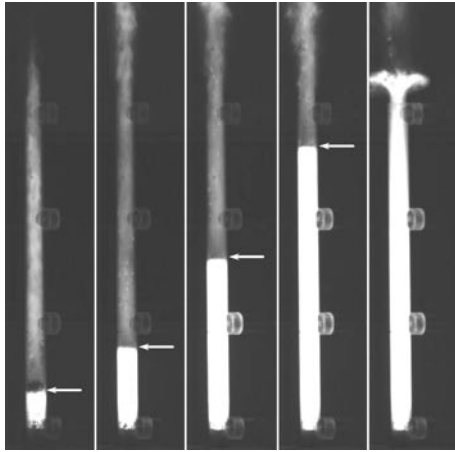


Fig. 4 Traveling projectile in transparent mortar ($\delta = 13\%$).

実際の発射体は筒と密着していないが、隙間を通して流失する燃烧ガスが少なければ、燃烧ガスの流出による影響は殆どない。

Fig. 3 (b) に示した圧力プロフィールでは、火薬が燃烧し始めると、底部Aの圧力が上昇し始めるが、上部の圧力はほぼゼロ（ゲージ圧力）のまま、ほとんど上昇しない。ある時刻に、上部Bの圧力が急上昇する。これは発射体が上部Bを通過する瞬間である。通過後は、上部Bと底部Aの圧力波形はほぼ同じである。これらの波形には、ある“角”のような変化が見られる。これは発射体が筒を出た瞬間である。発射体が上部Bを通過する前は、Bの圧力は空間 Ω_2 外部の圧力と同じである。しかし、発射体が上部Bを通過した後は、上部Bと底部Aがともに空間 Ω_1 の内部にあり、圧力はほぼ同じとなる。ガス流失が少ないため、発射体の下表面に加わる圧力は筒の底部Aで測定した圧力（ゲージ圧力）とほぼ同じである。発射体の上表面に加わる圧力はほぼ大気圧と同じである。絶対圧力と大気圧の差はゲージ圧力である。したがって、発射体に働く圧力は数値的に底部Aで測定した圧力とほぼ同じとなる。

底部Aの圧力プロフィールを式(3)に代入し、式(3)と式(4)により、筒内弾道を計算することができる。Fig. 3 (b) に示した底部Aの圧力プロフィールを用いて計算した筒口を通過した瞬間の筒口速度は 56 m s^{-1} であり、高速度ビデオカメラにより求めた筒口速度（約 57 m s^{-1} ）とほぼ一致している。これは圧力プロフィールから計算した筒口速度が正しいことを示している。但し、これは発射体の運動速度が音速以下の場合に適用できる。

ケースcの場合、間隙率が大きいので、燃烧ガスが隙間を通して多量に流失する。ケースbと同じ計算方法で、Fig. 3 (c) に示した底部Aの圧力プロフィールを用いて計算した筒口速度は 150 m s^{-1} である。高速度カメラの撮影した軌跡から求めた筒口速度は 89 m s^{-1} である。両者は一致しない。その原因は次のとおりである。

Fig. 3 (c) に示した圧力プロフィールでは、火薬の燃烧が開始すると、筒底Aの圧力が上昇し始めるが、発射体がまだ

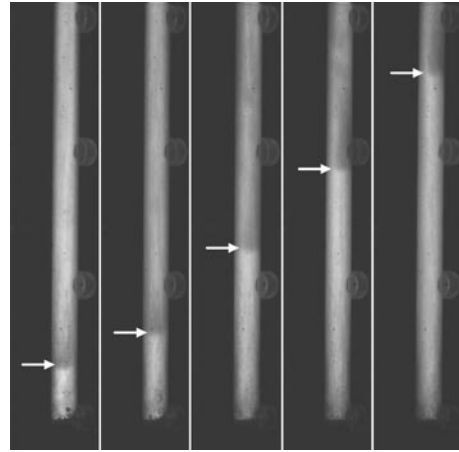


Fig. 5 Traveling projectile in transparent mortar ($\delta = 62\%$).

上部Bを通過しないうちに、上部Bの圧力もほぼ同時に上昇を始める。ただし、Bの圧力はAの圧力より低い。発射体がBを通過する瞬間、Bの圧力は急上昇するが、通過後のBの圧力はAの圧力よりも小さい。火薬の燃烧が始まると、圧力は発射体と筒底との間の空間 Ω_1 に瞬時に広がり、ほぼ同時に、隙間を通して筒口まで到達する。筒口における圧力はほぼ大気圧に近いので、同一時刻において、圧力は筒軸に沿って変化している。燃烧ガスは発射体の下表面に力が作用するだけでなく、隙間を通して発射体の上表面にも力が作用する。発射体の両側に作用している力は方向が反対であり、その差が発射体を推し進める力である。しかし、発射体の下表面に作用する圧力は筒底Aの圧力より小さい。発射体の上表面に作用する圧力は、上部Bを通過する前は、Bの圧力より大きい。Bを通過する瞬間、Bで設置した圧力センサーに検知された圧力プロフィールに見られる急な圧力上昇は発射体の両側に働く圧力差とほぼ同じである。他の各時刻における発射体の両側に働く力の差は底部Aと上部Bの圧力プロフィールからは得られない。したがって、底部Aや上部Bの圧力プロフィールから筒内弾道を解析することはできない。

各時刻における発射体の両側に働く力を直接測定できれば、筒内弾道を解析することができるが、実際にこれを実現することはできない。しかし、著者ら⁵⁾は、打揚筒の側面に筒軸方向の異なる4箇所に圧力センサーを取り付け、圧力プロフィールを得て、発射体に働く力を近似的に推定した。推定した圧力を用いて、筒内弾道を近似的に解析した結果、筒口速度の計算値は実測値に近くなった。

3.3 筒内における発射体の運動軌跡の追跡

筒内弾道における発射体の力学的な挙動は発射体と筒との隙間からのガス漏れに大きく影響される。実用の打揚筒は一般的に鉄などの材料で作られ、内部の様子を見ることはできない。本研究では、透明筒を用いて、筒内の発射体が燃烧ガスによって推し進められる様子を可視化実験により観測した⁶⁾。

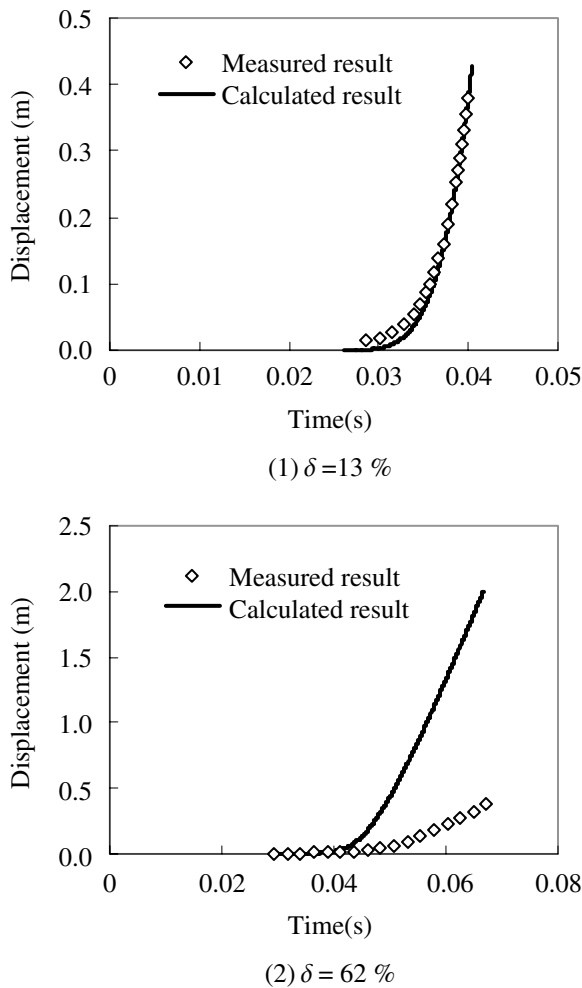


Fig. 6 Calculated and measured results of internal ballistics in transparent mortar.

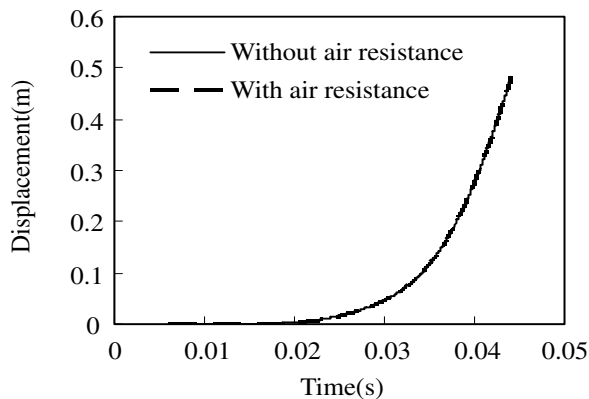


Fig. 7 Calculated results of internal ballistics with and without air resistance.

高速度カメラで撮影した透明筒内における発射体の運動の様子をそれぞれFig. 4とFig. 5に示す。図にある白矢印は発射体の位置を示す。Fig. 4とFig. 5はそれぞれ間隙率が13%と62%の実験結果である。間隙率が小さい場合 (Fig. 4), 燃焼ガスの流失が少ないので、筒内における発射体の運動の様子がはっきり見える。間隙率が大きい場合 (Fig. 5), 多くの燃焼ガスが隙間を通して、発射体の前方に広がり、発射体がほぼ燃焼ガス (炎や煙) に包まれる状態となるので、発射体の運動の様子はあまりはっきり見えない。

打揚筒の底部で測定した圧力を式 (3) と式 (4) に代入し、発射体の運動軌跡を計算した結果および高速度カメラによる実測結果をそれぞれFig. 6 (1) とFig. 6 (2) に示す。同一時刻における発射体の移動距離について、間隙率が小さい場合、計算結果は実測結果と良く一致している。これは前述のケースbの解析結果が正しいことを実験的に示す。間隙率が大きい場合、計算結果は実験結果を大きく上回る。これも前述のケースcの説明を実験的に証明している。

3.4 筒内における空気抵抗の影響

筒内の発射体の運動方程式 (3) には筒内の空気抵抗項が含まれているが、Fig. 7に示した空気抵抗を考慮せず計算した結果も空気抵抗を考慮した計算結果とほぼ同じである。したがって、運動方程式 (3) における空気抵抗項を省略しても、筒内弾道の計算に及ぼす影響はほとんどない。また、空気抵抗項については、式 (5) または式 (6) を用いた計算結果はほぼ同じである。

4. 結論

煙火玉または煙火星という発射体は打揚筒の内面と密着せず、隙間があるため、間隙率が大きいほど、隙間を通るガス流出量が多い。同じ間隙率でも、揚薬量あるいは燃焼ガスの圧力により、隙間を通るガス流出量も異なる。したがって、打揚筒内弾道の圧力挙動に大きく影響を与える主な因子は隙間を通る燃焼ガスの流出量である。燃焼ガスの流出量を定量的に測定することは困難であるが、筒の底部と上部の2箇所を得た2つの圧力プロファイルから、燃焼ガスの流出量を定性的に推定することができる。

本研究で提案した圧力プロファイルによる筒内弾道の解析方法はいずれも近似的な計算方法である。但し、筒内の底部と上部における圧力がFig. 3 (b) のような圧力プロファイルであれば、燃焼ガスの流出量が少なく、したがって、筒内弾道の解析精度は良好となる。

謝辞

本実験を行うに当たり、多大のご協力をいただいた須永花火株式会社田島氏、昭和理化学器械株式会社周藤氏、足利工業大学機械工学科檜垣研究室学生諸君に深く感謝の意を表す。

References

- 1) D. Eckhardt, 5th International Symposium on Fireworks, pp. 85-103 (2000), American Fireworks News.
- 2) T. Shimizu, 13th International Pyrotechnics Seminar, pp. 1-17 (1988), IPSUSA, Inc.
- 3) J. E. Mercer, *J. Pyrotech.*, 10, 37 (1999).
- 4) Y. Ooki, D. Ding, M. Higaki, and T. Yoshida, *J. Pyrotech.*, 22, 3 (2005).
- 5) D. Ding, M. Higaki, Y. Ooki, and T. Yoshida, *J. Pyrotech.*, 22, 52 (2005).
- 6) M. Higaki, D. Ding, Y. Ooki, and T. Yoshida, *J. Pyrotech.*, in contribution.
- 7) JSME, "JSME Mechanical Engineers' Handbook A. Fundamentals, A5 Fluid Mechanics", p. 98, (1988), Maruzen press.
- 8) S. Gordon and B. J. McBride, "Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions, Rocket Performance, Incident and Reflected Shocks, and Chapman-Jouguet Detonations", p. 22, (1976), NASA SP-273.

Internal ballistics of fireworks shell and star

Dayu Ding, Masamori Higaki, Yuzo Ooki, and Tadao Yoshida[†]

There is a gap between shell and inner surface of a mortar used for lifting a fireworks shell because the inner diameter of the mortar is larger than that of the fireworks shell. A combustion gas of lifting charge leaks through the gap and the amount of gas leakages increases with the increase of the gap cross-sectional area. Meanwhile, the amount of gas leakages passing through the gap also changes with a pressure from the combustion gas of lifting charge in the mortar.

Two pressure profiles at bottom and upper location in a mortar respectively were measured and the effects of the combustion gas leakages on the internal ballistics were discussed in this work.

It was found that the amount of gas leakages passing through the gap could be qualitatively explained by the relationship of two pressure profiles at bottom and upper in the mortar. The pressure is not uniform on both the combustion side and the opposite side of a projectile, so that the pressure acting on the surface of the projectile does not equal to that measured at the bottom of the mortar when the amount of the gas leakages is large. If the amount of the gas leakages is small, the calculated internal ballistics by the pressure profile in the mortar agrees well with the experiment results.

Keywords: Fireworks, Internal ballistics, Mortar, Projectile, Pressure profile

Department of Mechanical Engineering, Ashikaga Institute of Technology, 268-1 Omae-cho, Ashikaga-shi, Tochigi 326-8558, JAPAN

[†]Corresponding address: yoshida@ashitech.ac.jp