

アルミニウム中の衝撃波反射の二次元流体式による解析

田中克己*・疋田 強*

アルミニウム中で2つの衝撃波の衝突によっておこるマッハ反射と、正常反射は従来のショックポラーによって求める方法では完全にはその特性を表現できない。ここでは 2DL と呼ばれる二次元流体力学式によってその種々の特性を求めた。その結果、かなり実際に近い衝撃波波形が得られ、実験結果ともよく一致した。Al'tshuler らの指摘しているマッハ軸が断熱圧縮に近いということはこの計算では示されなかった。また滑り流についても気体のようにはっきりとした滑り面はあらわれなかった。

序

われわれは C. L. Mader¹⁾ の SIN コードにより液体および固体中の平面波、円筒波、球面波の数値解析を行ってきた。しかし、このコードでは衝撃波の二次元特性は計算できないため一般に 2DL とよばれている二次元ラグランジュ流体力学式を差分型にしたコードを作成した。2DL は SIN コード以上の大きい計算機の記憶容量と高速の演算性能を要求する。

ここではこの 2DL を用いてアルミニウム中の衝撃波同士の衝突により形成されるマッハ反射について主に解析した。

衝撃波のマッハ反射は超高压実験に利用されており、ソ連の L. V. Al'tshuler ら²⁾ は Fig. 1 のようにしてアルミニウム中に約 2.0Mbar の超高压を発生さ

また、 α が α_{cr} より小さいと正常な衝撃波の反射となる。

マッハ軸の特性値はショックポラー³⁾といわれるグラフを用いても求められるが、マッハ軸のごく近傍の値しかわからない。以下述べる 2DL コードでもっと実際に近いものが算出される。

1. 計算方法

基本方程式はラグランジュ流体力学式で

$$\partial \rho / \partial t = -\rho(\partial U / \partial R + \partial V / \partial Z) \quad 1) \text{ 質量保存}$$

$$\rho \partial U / \partial t = -\frac{\partial(P+q)}{\partial R}$$

$$\rho \partial V / \partial t = -\frac{\partial(P+q)}{\partial z}$$

$$\rho \partial E / \partial t = -(P+q)(\partial U / \partial R + \partial V / \partial z)$$

$$= -\rho(P+q)\partial v / \partial t \quad 3) \text{ エネルギー保存}$$

ここで

t ; 時間 (μ sec)

ρ ; 密度 (g/cc)

$$= 1/v$$

$$U; R \text{ 方向の粒子速度 (cm}/\mu \text{ sec)} = \frac{dR}{dt}$$

$$V; Z \text{ 方向の粒子速度 (cm}/\mu \text{ sec)} = \frac{dz}{dt}$$

P ; 圧力 (Mbar)

q ; 人工粘性圧力 (Mbar)

E ; 内部エネルギー (Mbar·cc/g)

R, z ; 位置座標 (cm)

ラグランジュ式では、オイラー式と異り、座標 R, z が粒子に固定されているので R, z は時間とともに変化する。そのため 1)~3) 式中の R, z による微分項を単純に差分化すると不都合なことがおこる。こ

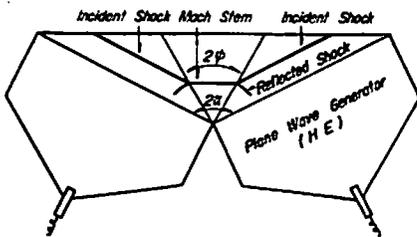


Fig. 1 The construction of mach reflection. α is the collision angle and ϕ is the angle of stem growth.

せている。Fig. 1 のマッハ軸とよばれる部分は衝突角 α がある角度 α_{cr} 以上のところまでできるもので、 α が α_{cr} に近いと、入射波の 5~6 倍の圧力が得られる。

昭和49年6月30日受理

* 東京大学工学部反応化学科 東京都文京区本郷 7-3-1

では M. L. Wilkins⁴⁾ の用いた方法を応用している。
計算は Fig. 2 に示すようにして、1)~3) 式を Δt

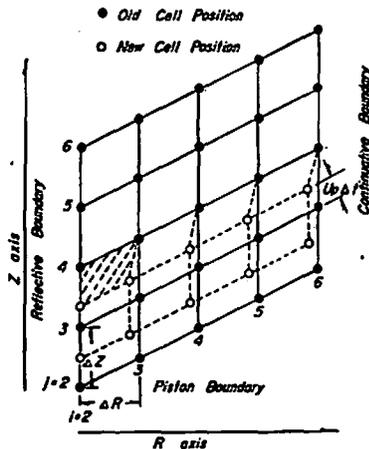


Fig. 2 Boundary conditions and scheme of calculation. Δt , ΔR , Δz are the finite difference. U_p is the particle velocity

時間ごとに積分していく。境界条件は Fig. 2 に示すとおりであるが、まず Piston Boundary を境界面に垂直に粒子速度 U_p で変位させる。その結果、各点の体積は圧縮される。この時の密度が求められ、また、圧力の距離に対する変化より、各点の粒子速度が求められ、同様に内部エネルギーも求められる。これらより、圧力、温度を状態式から求める。これを Δt 時間ごとに繰り返すわけだが、 z 軸を反射面として R 方向へ変位させないようにしているため、Fig. 2 に斜線部で示した如く、 z 軸付近は他の点よりも大きな圧縮を受ける。そのため Fig. 1 に示したようなマッハ軸ができる。

メッシュは $50(\Delta R) \times 100(\Delta z)$ にとり、 ΔR , Δz を 0.05cm とした。また、 Δt は衝突角により異なるが $0.003 \sim 0.007\mu\text{sec}$ にとった。

Piston Boundary の粒子速度は Al'tshuler ら⁵⁾ の実験と比較するため、 0.33Mbar の衝撃波に対応するものにとる。

一次元平面衝撃波の式は

$$\rho_0 U_S = \rho(U_S - U_P) \quad (4)$$

$$P_H = P_0 U_S U_P \quad (5)$$

およびランキン-ユゴニオ式と呼ばれる

$$E_H - E_0 = \frac{1}{2}(P_H + P_0)(V_0 - V) \quad (6)$$

である。

ここで

P_H ; 衝撃圧力

U_S ; 衝撃波速度

U_P ; 粒子速度

また実験から一般に

$$U_S = C + S U_P$$

となる事が知られている。

アルミニウムでは、Al'tshuler ら⁵⁾ および、Walsh⁶⁾ によると

$$C = 0.538\text{cm}/\mu\text{sec}, \quad S = 1.35$$

となっている。したがって

$$P_H = 0.33\text{Mbar}$$

$$\rho_0 = 2.78\text{g}/\text{cc} (24\text{ST Aluminum})$$

$$U_S = 0.752\text{cm}/\mu\text{sec}$$

$$U_P = 0.1585\text{cm}/\mu\text{sec}$$

となる。

4~6) 式では圧力が体積のみによるものになるが、圧力を体積と内部エネルギーの関数として考えるために Mie-Grüneisen 式を用いた。

$$P = P_H + \frac{1}{\gamma}(E - E_H) \quad (7)$$

γ は Grüneisen 比で経験的に

$$\gamma \cong 2S - 1$$

ここで S は 4) 式の U_P の係数。したがってアルミニウムの γ を 1.7 とした。

温度計算は J. M. Walsh⁶⁾ らの方法をもとにした Mader⁷⁾ の HOM を用いている。ただし、われわれの 2DL コードでは温度は圧力、体積、内部エネルギーの計算には用いられない。ここで計算している温度は体積と内部エネルギーによるがほぼ内部エネルギーに比例したものになっている。

計算は普通精度で、1)~3) 式を積分する回数は $1,000 \sim 1,500$ 回、計算機使用時間は約10分である。

2. 計算結果

ここでは衝突角が 30° , 45° , 63.5° , 75° のものについて計算した。計算結果は Fig. 3~Fig. 11 に示すようになる。

2-1 マッハ反射

マッハ反射は 75° , 63.5° , 45° の衝突角でおこった。その一例として 63.5° のものを Fig. 3~Fig. 5 に示す。

Fig. 3は等圧線であるが、入射波は通常の平面衝撃波と同じであるが、マッハ軸は Al'tshuler⁵⁾ によれば平面衝撃波に比べて、断熱圧縮に近いものになり、同じ圧縮密度ではマッハ軸の圧力の方が低くなると指摘しているがここで行った計算 (1Mbar 以下) では、そのような現象はなく、平面衝撃圧縮の P - v ユゴニオに一致している。また当然、温度、衝撃波速度、粒子速度も同じ圧力の平面衝突のものと同じである。

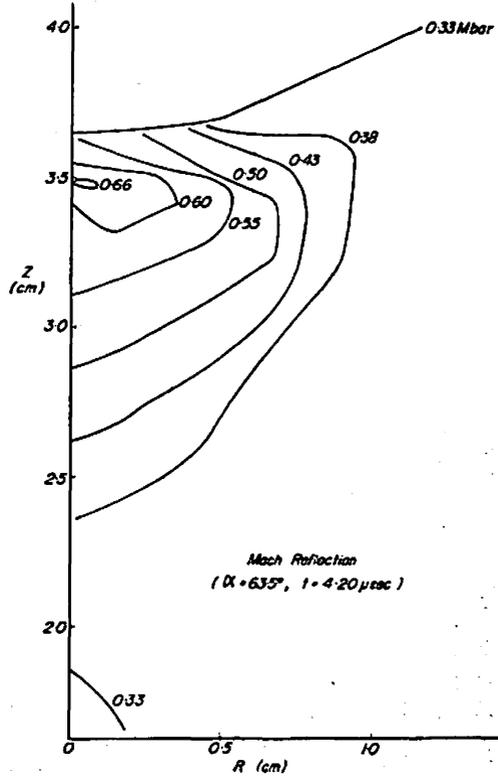


Fig. 3 Pressure contour of Mach reflection in aluminum (Pressure unit is Mbar)

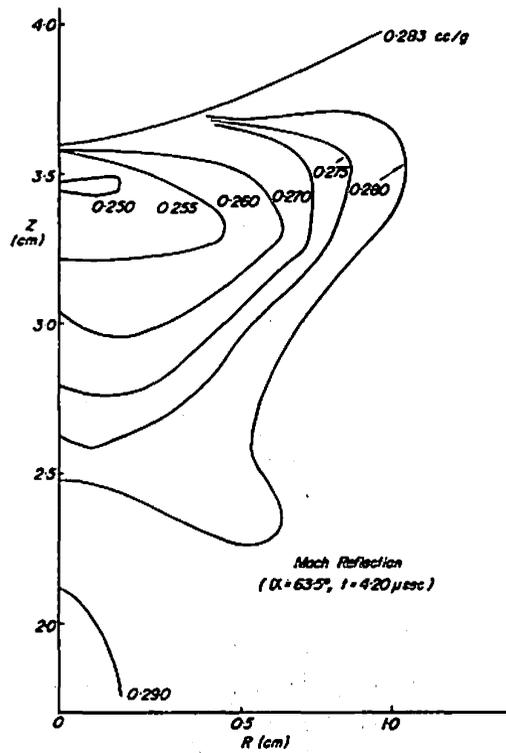


Fig. 4 Volume contour of Mach reflection in aluminum (Volume unit is cc/g)

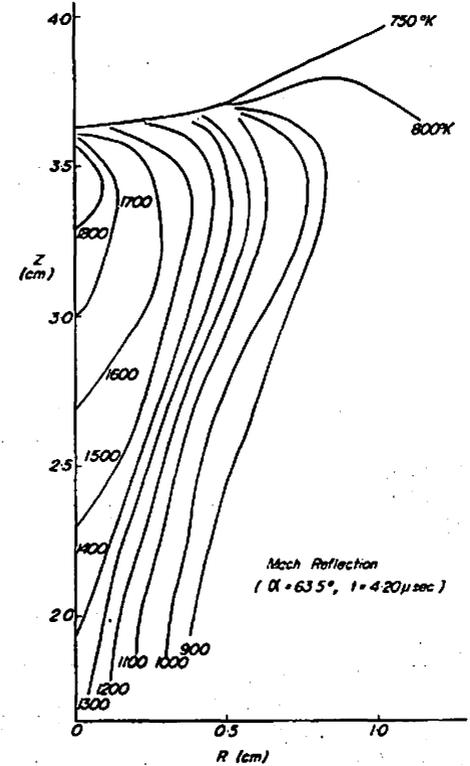


Fig. 5 Temperature contour of Mach reflection in aluminum (Temperature unit is degree K)

したがって、2~3Mbar 以上で始めて Al'tshuler らの指摘したような効果があられると考えられる。

また Fig. 3 に示すようにマッハ軸の部分は一進行方向に対して少しへこんでいる。これは Al'tshuler ら²⁾が実験で示したものと一致する。このへこみは衝突角が大きいほど大きくなる。

次に反射波は Fig. 3 に示すように三重点入射波、反射波、マッハ軸の交点) から出て大きく z 軸側へ彎曲していく。これは気体中のマッハ反射をシュリーレン写真でみた場合、顕著にみられる²⁾。ショックポラーを使った解析では反射波を直線とみなしているが、2DL ではこの彎曲の効果も含めて解析ができる。

Fig. 4 は等密度線である。これは Fig. 3 の等圧線とほぼ同じ形をしたものになる。ここで Fig. 4 の 0.285cc/g の線が下方で少しつきでているが、これは Fig. 2 の Continuitive Boundary からの数値解析における誤った希薄波によるもので実際には突出はしないと考えられる。この希薄波による影響は衝撃波面の後方のみある。

最後にマッハ反射の場合、マッハ軸後方に滑り流ができる事が知られている。滑り流は、その界面での圧力は等しいが、密度、粒子速度、温度が異なる領域である。Fig. 4 の等密度線では滑り流のようなものははっきりあられないが Fig. 5 の等温線では z 軸に対して少し傾いた滑り流に似たものがあられる。アルミニウムのような金属では塑性流動の粘性が大きいため、はっきりとした滑り流は、存在しない可能性が強く、Mader³⁾ も、フラッシュ X 線の結果から滑り流は存在するが気体の場合のような滑り流はできないと主張している。この計算も Mader の意見を支持しているように思われる。

2-2 正常反射

α が小さくなるにつれて、マッハ軸の成長角 ψ (三重点の軌跡と軸の間の角度) は小さくなり、衝突角 α が 40° 以下では正常反射になる。

Fig. 6 は衝突角が 30° の場合のセルの位置をプロットしたものだがこれは流線図とおおよそ一致している。図からわかるように z 軸と平行な流れは衝撃波面を通過すると徐々に z 軸へ近づき、ある所から z 軸に平行になっている。平行になり始めのところに反射波がある。Fig. 6 はカーブプロッターを用いないで、手作業でプロットしたため、少し見苦しいところがある。

Fig. 7 は、Fig. 3 と同じく等圧線である。反射波のところで (0.4~0.85Mbar) 等圧線が幾重にも重なっているがこれは 2DL コードにおいて導入した粘性によって反射衝撃波面が塗りつぶされたものである。

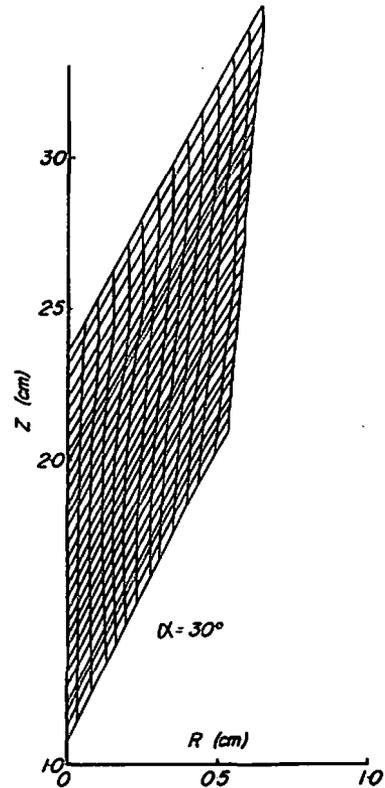


Fig. 6 Cell position of regular reflection in aluminum

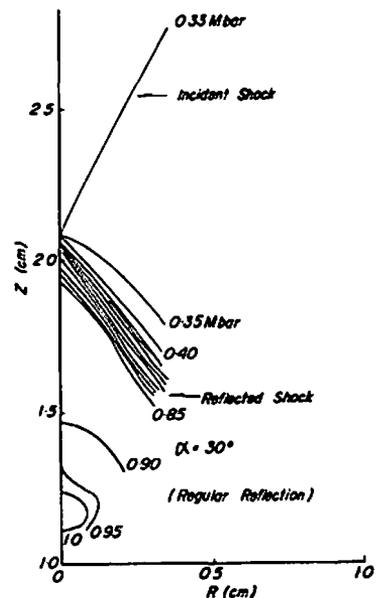


Fig. 7 Pressure contour of regular reflection in aluminum (Mbar)

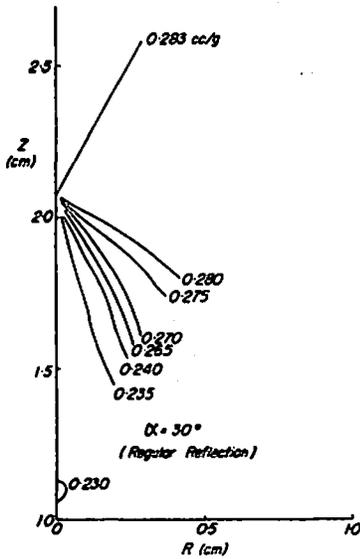


Fig. 8 Volume contour of regular reflection in aluminum (cc/g)

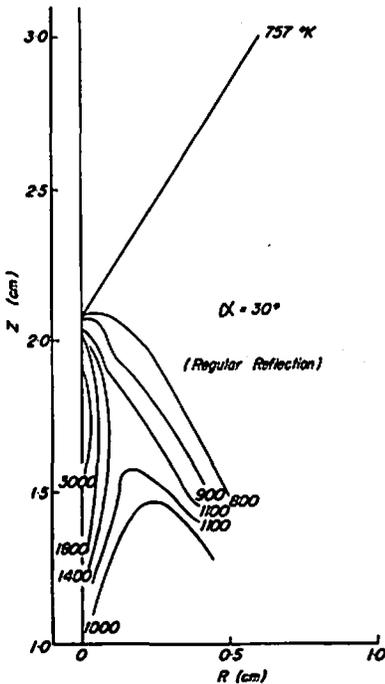


Fig. 9 Temperature contour of regular reflection in aluminum (°K)

反射波の圧力は、単一衝撃波の正面衝突した時 ($\alpha = 0^\circ$) の圧力にほぼ等しくなる。正面衝突した時の反射圧は 4)~6) 式で入射衝撃波の粒子速度を 2 倍にし

たものと同じである。

Fig. 8, Fig. 9 は各、等密度線、等温線を示したもので等圧線と大体同じ挙動を示す。

2-3

結果を衝突角に対してまとめると Fig. 10, Fig. 11

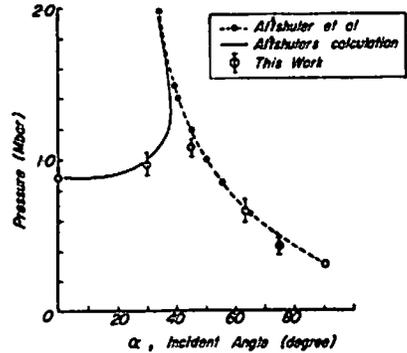


Fig. 10 The pressure of Mach stem and of regularly reflected shock vs. collision angle. The pressure of incident shock is 0.33 Mbar

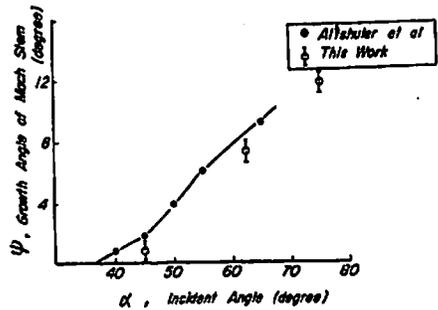


Fig. 11 The growth angle of Mach stem vs. collision angle

のようになる。Fig. 10 は、0.33Mbar の入射波の場合のマッハ軸の圧力をプロットしたもので、Fig. 11 はその場合のマッハ軸の成長角をプロットしたものである。エラーバーは、メッシュの大きさと、導入した粘性による波面のぬりつぶしを考慮したものである。全体として、実験値より 3~8% 程、低い値になっているが実験および計算誤差を考慮すれば満足すべき結果である。

α が 40° の場合もやりたかったが、マッハ軸の成長角 ψ が 40° という非常に小さいものであるため、 50×100 メッシュ数では不充分であり計算しなかった。なおわれわれの用いた計算機は最大で 300×250 メッシュとることができるはずだがメッシュ数が多い程、

計算時間は長くなり、経済的でない。

3. 検 討

演算を普通精度で行っているが、ここで用いられた計算機の有効桁数は6桁である。そのため差分近似の精度にもよるが内部エネルギー計算が約4%の最も大きな誤差を有している。これは圧力項へは1.5%位の誤差しか与えないが温度に対しては7~8%程度の誤差を与える。内部エネルギーの誤差が大きいのは、

$$dE = -Pdv$$

で、アルミニウムのような金属は圧縮による dv が非常に小さいためである。

他の特性値はほとんど誤差はないと考えてよい。

4. 結 論

マッハ反射、正常反射とも、われわれの2DLコードによって実験値とよく一致する結果が得られる。特に従来のショックポラーによる方法では求められなかったマッハ軸、反射波の彎曲、マッハ軸背後の圧力、密度、温度等の特性も従来の気体でのシュリーレン写真等による実験と定性的によく一致する。

また、Al'tshuler らが指摘したマッハ軸のところが断熱圧縮に近くなるということはここで計算した1 Mbar 以下という条件下ではおこらず、衝撃圧縮にほぼ等しいものになった。

アルミニウム中の滑り流については、気体ではっきり

わかるような滑り面はあらわれず、滑り域といった形になっている。

謝 辞

本研究は東京大学大型計算機センター HITAC 8, 700/8, 800 を用いて行なった。計算において御援助いただいたセンター関係者に感謝する。

文 献

- 1) C. L. Mader Los Alamos Scientific labo. Rep LA 3720, (1967)
- 2) L. V. Al'tshuler, S. B. Korner, A. A. Bakanovo, A. P. Petrunin, A. I. Funtikov, A. A. Gubkin Sov Phys. JETP 14, 986 (1962)
- 3) R. Courant, K. O. Friedrichs, Supersonic Flow and Shock Waves, Interscience (1948)
- 4) M. L. Wilkins, Methods in Computational physics 3' B. Alder edited, Academic Press (1964)
- 5) L. V. Al'tshuler, S. B. Korner, A. A. Bakanova, R. F. Trunin, Sov Phys. JETP, 11, 573(1960)
- 6) J. M. Walsh, R. H. Christian, Phys. Rev, 97, 1554 (1955)
- 7) W. Bleakney, A. H. Taub, Rev. Mod. Phys, 21, 584 (1949)
- 8) C. L. Mader, Los Alamos Scientific Labo Rep. LA 3578 (1967)

Numerical analyses of shock wave reflection in aluminum by the two-dimensional hydrodynamic code

by Katsumi Tanaka* and Tsutomu Hikita*

The properties of the Mach reflection and of the regular reflection produced by the interaction of shock waves can be solved by using the shock polar method, but more realistic solutions can be obtained by using the two dimensional Lagrangian hydrodynamic code called 2DL because of the fact that this gives a curved Mach stem.

In this paper, the calculated properties of Mach reflection and of the regular reflection of shock waves in aluminum, where the pressure of incident shock wave is 0.33 Mbar, are favorably compared with those of the experiments of L. V. Al'tshuler et al. But our results can not ascertain the Al'tshuler's suggestion that the compression of the Mach stem approaches the cold compression. Also our calculation does not indicate the obvious slipstream. These results will be caused by the high viscous flow of aluminum.

(*University of Tokyo, Faculty of Engineering, Department of Reaction Chemistry, Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, Japan)