

煙火の打揚彈道について

(昭和32年1月7日受理)

清 木 武 夫

(細谷火工株式会社)

I. 序 論

煙火の打揚彈道については詳細にしらべられた先例がないようである。西沢博士の測定された測高度の値があるが、詳細な実験の条件が不明であつて之によつて煙火の設計や打揚計画に利用することは困難である。而して煙火打揚の現状は、多くは打揚玉の直径に対して打揚火薬の量と導火線の長さを定める習慣であり、玉の重量や、筒と玉との空隙の大小についてはあまり考慮していない。従つてこのままでは煙火の打揚高と導火線秒時との調節の如きは容易に望み得ないところである。

筆者は煙火の設計と打揚計画に資する目的を以つて条件を種々に変えた打揚試験を行い、簡易な計算公式を求めた。之は取敢えず実用に間に合うことを限度としたものであつて、詳細な研究は今後によづり、且計算公式はそれによつて補足されなければならない。上昇高度、経過時間、初速等の打揚彈道の計算公式を得る為には、先づ煙火玉の空氣中彈道における空氣抗力係数及び打揚筒内に於ける火薬の砲内彈道學的適合係数を求めればよい。之が為には各種の条件のもとに直接に玉の初速ならびに存速を求めればよいが、設備と準備とに相当な手数を要する。よつてこの方法は後の研究によづり、玉の打揚高度、玉が筒口を出て最高点に至る迄の経過時間、及び玉が筒を離れて再び地上に達する迄の時間の三元を測定し、之によつて空氣抗力係数と初速とを求め、次いでこの初速を基礎として打揚火薬の砲内彈道適合係数を算出する方法を採用した。実用上は最高点高度と之に至る経過時間が最も問題となるから、之を基礎として求めた諸係数はたとえ正確な値を示していないとしても実用上の目的を達し得るものと考えた。

II. 打揚高度と経過時間とを求める実験

実験の方法は夜間照明剤を附した填砂弾を各種の条件にて鉛直に打揚げ之を遠距離より写真撮影すると同時に、測秒器によつて前述のように玉の飛行経過時間を

測定するのである。

実験によつて求めようとする主要な事項は次の諸条件が打揚高度と経過時間に如何に影響するかとの関係である。

- (1) 玉の重量
- (2) 打揚薬量
- (3) 筒 長
- (4) 薬室容積
- (5) 玉と打揚筒との間隙

即ち実験公式はこの五つの条件に基く測定値を満足するように作られねばならない。実験の為には実用性の最も大きい四寸玉及び五寸玉について試験し、それに少数の三寸玉、三寸玉、六寸玉を比較の為に用いた。形状は球形であるが彈道の軌跡を写真撮影する為に照明剤を取付けてあるから一方に凸起を形成している。(図1参照) 照明剤の大きさは各玉ともに同一寸度で

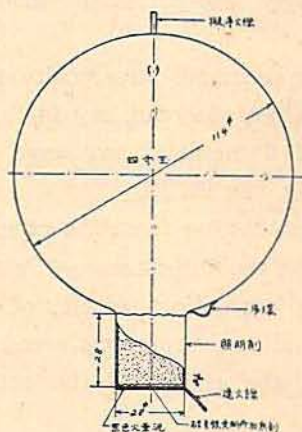


図 1

ある。照明剤は打揚に際して、発射と同時に打揚薬の火炎によつて点火される。その燃焼の為に玉の空氣抗力と重量とが変化するのは已むを得ない。後の計算においては之を無視した。玉の内部には結実と砂とを混合したものを詰めその比率を変化させて玉の重量を調節した。

打揚筒は現在実用しているものを用いた。筒の構造

は鋼板製鉄接であり、その諸元は次の如くであつた。

表1 打揚筒の諸元

呼称	a	L	σ	O	St
No.1 三寸筒	0.76	4.46	0.454	2.023	1.0
No.2 三寸*	0.94	7.40	0.694	5.136	1.5
No.3 四寸*	1.23	8.95	1.188	10.634	2.0
No.4 四寸*(短)	1.23	3.62	1.188	4.301	2.0
No.5 五寸*	1.59	11.90	1.985	23.629	2.0
No.6 六寸*	1.88	11.90	2.776	33.033	2.0

上表において

a : 筒の口径 (dm), St : 筒壁厚 (mm)

L : 筒口より筒底迄の内部長 (dm)

σ : 筒の横断内面積 (dm²), 之は $\frac{\pi}{4}a^2$ に等しい。

O : 筒内全容積 (dm³), 之は σL に等しい。

観測の爲には二乃至三方向の交会が必要ではあるが実施が困難であつたので一方向観測とし、なるべく打揚地点より離れ、打揚弾道の傾きによる誤差を小さくしめることにつとめた。打揚場所は多摩川永田橋右岸地区であり、写真撮影の場所は多摩川上水取入口である。両地点の水平距離は三角測量の結果 1,607m なる値を得た。また両地点の標高差は 12.61m であり撮影位置の方が高い。写真土に長さの測定用の標点を得る爲に打揚場所において撮影位置に向つて直角水平方向左右50mの位置と打揚地点との三点に懐中電燈の標燈を設けた。撮影に当つては写真器のフィルム膜面を鉛直に保つために垂球をもつて写真器の傾きを修正した。

試験時の外気温 3°C 附近で晴天無風であつた。経過

時間の測定は、玉が筒口を出て最高점에達する迄の時間を撮影位置よりトランシットにて測秒器により求めた。最高点はトランシットにて可なり明瞭に捕捉することが出来た。また玉が筒口を出てより再び着地する迄の時間は打揚場所にて測秒器により求めた。

発射に際して玉の装填方法は慣行通りであつて図2の如くである。点火は投込薬又は連火線によつた。打揚中筒の傾きに注意して鉛直に保つよう



図 2

にした。

以上の如くして撮影した写真を幻燈器を用いて方眼紙上に引伸し、その標点間隔を基準として打揚高度を測定した。この測定において照明剤が明る過ぎる為には写真上の弾道軌跡が太くなり測定上最大 1m の誤差は免れなかつた。また経過時間の測定値も測秒器を使用する為には最大 2/5 秒の誤差を伴うものと考えられる。

打揚条件及び以上によつて観測して求めた 55 回の測定のうち代表例を掲げると表2の通りである。

弾道の写真例を示せば次の如くである。この写真番号と表1の番号とは一致する。

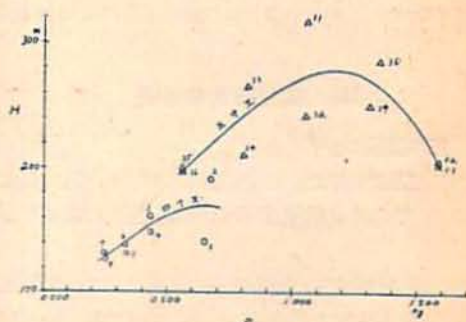
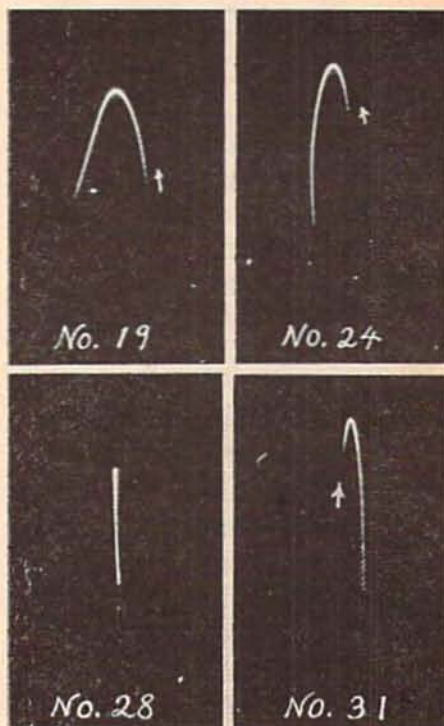


図3 玉の重量の最大弾道高に対する影響

表2 打揚諸元及び測定値

No.	D	p	p/S	S/σ	ω	e'	H	T_1	T'	使用筒
1	0.115	0.530	51.0	0.875	0.0375	0.410	141	—	10.6	No.3(四寸)
4	0.114	0.435	42.6	0.859	—	0.408	149	4.8	10.8	—
6	0.115	0.340	32.7	0.875	0.0375	0.410	139	4.6	11.0	—
7	0.115	0.250	24.1	0.875	0.0375	0.410	132	3.8	10.6	—
9	0.115	0.540	51.9	0.875	0.0500	0.410	173	4.4	11.6	—
11	0.114	0.540	52.9	0.859	0.0250	0.408	157	4.8	11.2	—
13	0.115	0.545	52.4	0.875	0.0375	2.668	170	5.0	11.6	—
15	0.114	0.555	54.3	0.859	0.0375	5.042	148	—	10.8	—
17	0.110	0.565	59.5	0.800	0.0375	0.424	153	4.8	11.0	—
19	0.082	0.262	49.6	0.761	0.0375	0.210	190	—	13.0	—
21	0.114	0.550	53.8	0.859	0.0375	0.408	160	5.0	11.0	No.4(四寸短)
24	0.121	0.650	56.6	0.967	0.0375	0.368	203	—	12.8	No.3(四寸)
25	0.082	0.272	51.5	0.761	0.0188	0.210	123	4.0	9.4	—
28	0.070	0.210	54.5	0.848	0.0131	0.114	116	4.0	9.8	—
29	0.147	1.310	77.2	0.854	0.0750	0.836	251	6.2	14.2	—
31	0.147	1.060	62.4	0.854	0.0750	0.836	317	7.0	16.8	—
34	0.142	0.805	50.9	0.797	0.0750	0.858	205	5.4	12.8	No.5(五寸)
35	0.143	0.560	34.9	0.869	0.0750	0.862	200	5.0	12.6	—
37	0.141	1.080	69.2	0.781	0.1000	0.874	240	6.4	14.2	—
39	0.139	1.075	70.8	0.764	0.0500	0.885	74	4.0	7.4	—
41	0.139	0.560	36.9	0.764	0.0750	4.658	160	4.0	11.8	—
43	0.142	0.560	35.4	0.797	0.0750	8.602	—	—	12.4	—
45	0.142	1.070	67.6	0.797	0.0750	0.858	217	—	14.0	—
47	0.174	2.115	89.0	0.856	0.1310	1.234	293	6.6	15.4	No.6(六寸)
49	0.114	1.075	105.2	0.514	0.0750	0.942	—	—	—	No.5(五寸)
51	0.145	1.585	96.1	0.831	0.0750	0.850	203	—	13.4	—
53	0.142	0.570	36.0	0.797	0.0750	5.401	157	—	11.2	—
54	0.144	0.600	36.8	0.820	0.0750	9.372	157	—	11.0	—

上表で D =玉の大円の直径(m), p =玉の重量(kg), S =玉の大円の面積(m²), p/S =玉の断面比重(kg/m²), σ =打揚筒の横断内面積(m²), S/σ =玉と筒との面積比, ω =打揚薬量(kg), e' =薬室容積(dm³), H =最大弾道高(最高点)(m), T_1 =玉が筒口より最高点に至る迄の時間(sec), T' =玉が筒口を発し、再び着地する迄の時間。

またゴシック文字はそれの値の変化による影響を見ようとするものである。

III. 実験結果の考察

3.1 玉の重量の影響

打揚薬量は常装であり四寸玉にて37.5g, 五寸玉にて75.0gである。結果をまとめると図3の通りである。

図によれば五寸玉の場合は玉の重量1.15kg 附近において高度 H は極大値を示してその値は平均280m 附近である。四寸玉についてもこのような状態が現われ

る筈であるが、しかし実用範囲内では現われない。高度のばらつきは相当に大きく、五寸玉にて最大70mに達している。

3.2 打揚薬量の影響

打揚火薬は岩鼻製黒色小粒薬(黒色無烟火薬)を用いた。四寸玉については増装及び減装薬 No.9~12 と他の条件を同一とする常装薬(No.1~2)とを比較し、五寸玉については同様に No.37~40 と 31, 32 とを比較すると図の如くなる。この場合弾量は四寸玉につい

て 540 g 附近、五寸玉について 1.080 kg 附近であつて何れも菊花型火花の重量に相当する。

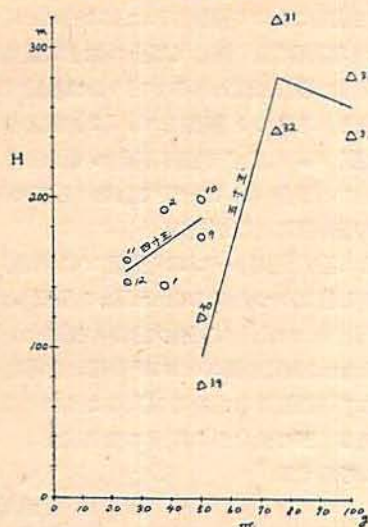


図4 薬量と最大弾道高の関係

図によれば五寸玉では高度の極大値を示しているが之は理論上解し難い現象であつて、更に多数回の実験によつて検討の要があると思われる。

3.3 薬室容積の影響

四寸玉 No.13~16 及び五寸玉 No.41~44 及び No.53~55 は玉を打揚筒の中途に懸吊して、打揚薬に点火して発射したものである。懸吊の高さを変化させて薬室容積を変えた時の結果を図5に示す。

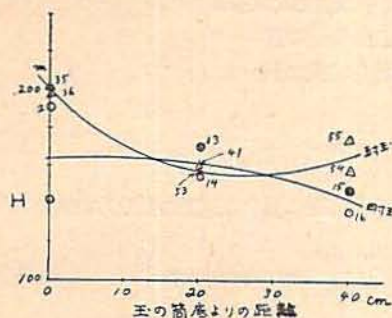


図5 弾道高に対する薬室容積の影響

図によれば五寸玉の場合は高度の極小値が存在する如く現われているが砲内弾道学的には之も不合理で更に多数回の実験によつて検討の要があるものと考えられる。

3.4 筒長の影響

筒長の影響をみるには四寸玉 No.21~22 と No.1~2 を比較すればよい。前者は仕掛火花用の短筒が用いて

ある。後者は普通長のものである。

結果を図示すれば図6の通りである。

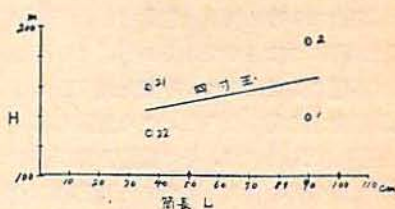


図6 弾道高に対する筒長の影響

図によれば筒長の減少割合に比して高度はあまり大きく変つていない。この現象もまた更に多数回の実験をまつて結論すべきであろう。

3.5 玉と筒との間隔

四寸玉にて No.17~24、五寸玉にて No.45~46、No.49~50 は玉と筒との隙間の影響を見る為のものである。従つて玉と筒との隙間を表わす面積比 S/σ と高度との関係を示せば図6の如くなる。

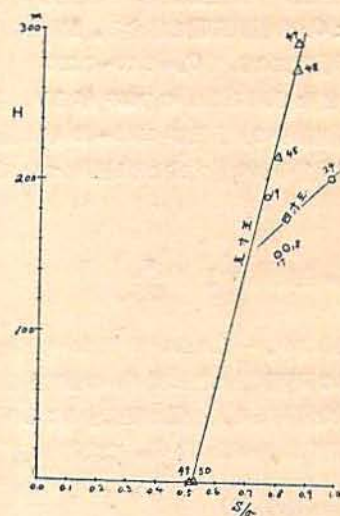


図7

これによると玉と筒との隙間は打揚高度に相当影響することが知られる。特に No.49~50 は五寸筒に四寸玉を装填して発射したものであり、この場合の S/σ の値は 0.52 附近である。この場合は両者ともに殆んど上昇せず 1 発はようやく筒外に転り出た程度であり、1 発は筒内に残留して照明剤の燃焼によつて筒の側壁が熔融して穴あきを生じた。

IV. 弾道計算公式の作製

前述の如く同一条件による発散が極めて僅少である為に個々の場合における判断は容易でないが全体としての発散は55発にのぼるのであるから、この観測値を基礎として各種の条件によつて不変な最も確からしい運動学的常数を求め得るならば、この常数を用いて計算公式を建設した場合には、その建設方法が適当であれば、これに諸条件を代入して求めた計算値は相当に信頼性のあるものと考えられよう。この見解のもとに以下公式の作製と運動学的常数の決定について述べる。

4.1 球弾の空気抗力に関する既往の実験結果

球弾に対する空気抗力は、その存速が極めて小さいときは大体存速 v に比例し、存速が増して200m附近までは v^2 に比例することが知られている²⁾。今空気抗力の表示を次の如くおく。

$$R = C_D \times \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho}{g} S v^2 \quad (1)$$

但し R は空気抗力、 ρ は空気密度、 g は重力の加速度である。また C_D は抵抗係数と称する。旧陸軍砲工学校砲外弾道学教程によれば $C_D = 0.13 \sim 0.205$ なる値が計算され³⁾、またJ. Didionの1839年 Metz 委員会における弾道振子の実験及び1856~58年に於ける実験射撃の結果得られた抗力式より球弾について計算すれば

$$C_D = 0.219 \times \left(1 + \frac{v}{435} \right)$$

なる値が得られる⁴⁾。一方においてEiffel⁵⁾、Föppl⁶⁾、Prandtl⁷⁾等の風洞試験によれば C_D の値はある臨界 Reynolds 数を境界として急激に変化することが知られた。この臨界 Reynolds 数 R_{ec} は大気中にて

$$R_{ec} = 3.85 \times 10^5$$

であつた。また一般に Reynolds 数は次式で表わされる。

$$R_e = \frac{\rho l v}{\mu} \quad (2)$$

但し μ は空気の粘性係数、 l は物体の基準長であつて球弾の場合にはその直径 D をとる。

Prandtl 及び Wieselsberger の風洞による測定結果によれば $R_e = 1 \times 10^5$ に於いて $C_D = 0.48$ 、また

$R_e = 3 \times 10^5$ 附近で $C_D = 0.22$ を得た⁸⁾。

4.2 玉の直径と臨界存速との関係

一般に打揚筒によつて発射された玉は回転を伴つて進行する。(写真参照) 従つて以上の如き風洞効果がそのまま実際の場合に現われるかどうかは疑問であるが、一応現われるものと仮定して、(2)式より臨界 Reynolds 数 R_{ec} に應ずる臨界存速 v_e を求めることが出来る。この場合 R_{ec} は一定であるから玉の直径 l によつて臨界存速の値が異なる。

試験当日の空気密度 $\rho = 1.281$ (気温 3°C 、湿度52%、気圧は測定し得なかつたが760mmHgと仮定)、 $\mu = 1.73 \times 10^{-5} \text{ kg/msec}$ として、各大きさの玉について前述の臨界 Reynolds 数の値 3.85×10^5 を用いて(2)式に代入して臨界速度を求めると次のようになる。

表3 玉の大きさに応ずる臨界速度

玉の呼称寸法	D	v_e
	m	m/sec
三吋	0.070	74.0
三寸	0.082	63.5
四寸	0.114	45.5
五寸	0.145	36.0
六寸	0.174	30.0

即ち玉の直径に反比例して臨界速度は減少する。即ちこの臨界速度を境として、これより小さい速度の場合は抵抗係数 C_D の値は大きく、これより大きい速度の場合は逆に、然も不連続的に C_D の値は小さくなるであろう。

4.3 空気中弾道公式の誘導

(1) 上昇弾道の解

実用の為(1)式において

$$K = C_D \times \frac{1}{2} \frac{\rho}{g} \quad (3)$$

とおけば上昇弾道に関する運動の微分方程式は

$$\frac{p}{g} \frac{dv}{dt} = -K S v^2 - p \quad (4)$$

変数分離を行つて積分すれば

$$\frac{a^2}{g} \int_v^0 \frac{dv}{v^2 + a^2} = - \int_0^{T_1} dt$$

但し V は玉の初速、 a は

$$a = \sqrt{\frac{p}{KS}} \quad (5)$$

なる値である。積分を計算して

て540g附近、五寸玉について1.080kg附近であつて何れも菊花型花火の重量に相当する。

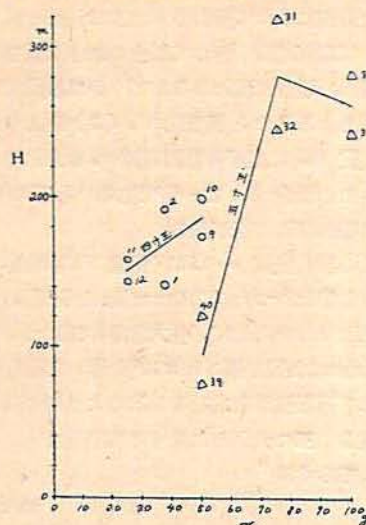


図4 薬量と最大弾道高の関係

図によれば五寸玉では高度の極大値を示しているが之は理論上解し難い現象であつて、更に多数回の実験によつて検討の要があると思われる。

3.3 薬室容積の影響

四寸玉 No.13~16 及び五寸玉 No.41~44 及び No.53~55 は玉を打揚筒の中途に懸吊して、打揚薬に点火して発射したものである。懸吊の高さを変化させて薬室容積を変えた時の結果を図5に示す。

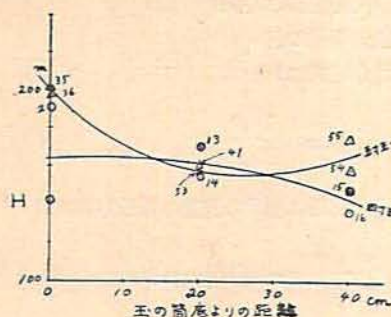


図5 弾道高に対する薬室容積の影響

図によれば五寸玉の場合は高度の極小値が存在する如く現われているが砲内弾道学的には之も不合理で更に多数回の実験によつて検討の要があるものと考えられる。

3.4 筒長の影響

筒長の影響をみるには四寸玉 No.21~22 と No.1~2 を比較すればよい。前者は仕掛花火用の短筒が用いて

ある。後者は普通長のものである。

結果を図示すれば図6の通りである。

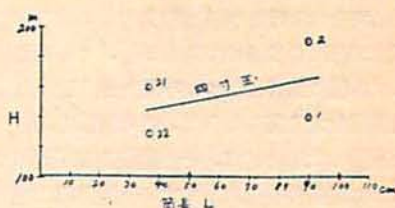


図6 弾道高に対する筒長の影響

図によれば筒長の減少割合に比して高度はあまり大きく変つていない。この現象もまた更に多数回の実験をまつて結論すべきであろう。

3.5 玉と筒との間隙

四寸玉にて No.17~24, 五寸玉にて No.45~46, No.49~50 は玉と筒との隙間の影響を見る為のものである。従つて玉と筒との隙間を表わす面積比 S/σ と高度との関係を示せば図6の如くなる。

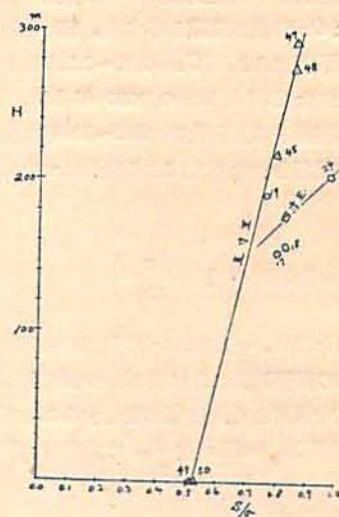


図7

これによると玉と筒との隙間は打揚高度に相当影響することが知られる。特に No.49~50 は五寸筒に四寸玉を装填して発射したものであり、この場合の S/σ の値は0.52附近である。この場合は両者ともに殆んど上昇せず1発はようやく筒外に転り出た程度であり、1発は筒内に残留して照明剤の燃焼によつて筒の側壁が熔融して穴あきを生じた。

IV. 弾道計算公式の作製

前述の如く同一条件による発数が極めて僅少である為に個々の場合における判断は容易でないが全体としての発数は55発にのぼるのであるから、この観測値を基礎として各種の条件によつて不変な最も確からしい運動学的常数を求め得るならば、この常数を用いて計算公式を建設した場合には、その建設方法が適当であれば、これに諸条件を代入して求めた計算値は相当に信頼性のあるものと考えられよう。この見解のもとに以下公式の作製と運動学的常数の決定について述べる。

4.1 球弾の空気抗力に関する既往の実験結果

球弾に対する空気抗力は、その存速が極めて小さいときは大体存速 v に比例し、存速が増して200m附近までは v^2 に比例することが知られている²⁾。今空気抗力の表示を次の如くおく。

$$R = C_D \times \frac{1}{2} \cdot \frac{\rho}{g} S v^2 \quad (1)$$

但し R は空気抗力、 ρ は空気密度、 g は重力の加速度である。また C_D は抵抗係数と称する。旧陸軍砲工学校砲外弾道学教程によれば $C_D=0.13\sim 0.205$ なる値が計算され³⁾、また J. Didion の 1839 年 Metz 委員会における弾道振子の実験及び 1856~58 年に於ける実験射撃の結果得られた抗力式より球弾について計算すれば

$$C_D = 0.219 \times \left(1 + \frac{v}{435} \right)$$

なる値が得られる⁴⁾。一方において Eiffel⁵⁾、Föppel⁶⁾、Prandtl⁷⁾ 等の風洞試験によれば C_D の値はある臨界 Reynolds 数を境界として急激に変化することが知られた。この臨界 Reynolds 数 R_{ec} は大気中にて

$$R_{ec} = 3.85 \times 10^5$$

であつた。また一般に Reynolds 数は次式で表わされる。

$$R_e = \frac{\rho l v}{\mu} \quad (2)$$

但し μ は空気の粘性係数、 l は物体の基準長であつて球弾の場合にはその直径 D をとる。

Prandtl 及び Wieselsberger の風洞による測定結果によれば $R_e = 1 \times 10^5$ に於いて $C_D=0.48$ 、また

$R_e = 3 \times 10^5$ 附近で $C_D=0.22$ を得た⁸⁾。

4.2 玉の直径と臨界存速との関係

一般に打揚筒によつて発射された玉は回転を伴つて進行する。(写真参照) 従つて以上の如き風洞効果がそのまま実際の場合に現われるかどうかは疑問であるが、一応現われるものと仮定して、(2)式より臨界 Reynolds 数 R_{ec} に應ずる臨界存速 v_e を求めることが出来る。この場合 R_{ec} は一定であるから玉の直径 l によつて臨界存速の値が異なる。

試験当日の空気密度 $\rho=1.281$ (気温 3°C 、湿度52%、気圧は測定し得なかつたが760mmHgと仮定)、 $\mu=1.73 \times 10^{-5} \text{ kg/msec}$ として、各大きさの玉について前述の臨界 Reynolds 数の値 3.85×10^5 を用い之等を(2)式に代入して臨界速度を求めると次のようになる。

表3 玉の大きさに応ずる臨界速度

玉の呼称寸法	D m	v_e m/sec
三吋	0.070	74.0
三寸	0.082	63.5
四寸	0.114	45.5
五寸	0.145	36.0
六寸	0.174	30.0

即ち玉の直径に反比例して臨界速度は減少する。即ちこの臨界速度を境として、これより小さい速度の場合は抵抗係数 C_D の値は大きく、これより大きい速度の場合は逆に、然も不連続的に C_D の値は小さくなるであらう。

4.3 空気中弾道公式の誘導

(1) 上昇弾道の解

実用の為(1)式において

$$K = C_D \times \frac{1}{2} \frac{\rho}{g} \quad (3)$$

とおけば上昇弾道に関する運動の微分方程式は

$$\frac{p}{g} \frac{dv}{dt} = -K S v^2 - p \quad (4)$$

変数分離を行つて積分すれば

$$\frac{a^2}{g} \int_v^0 \frac{dv}{v^2 + a^2} = - \int_0^{T_1} dt$$

但し V は玉の初速、 a は

$$a = \sqrt{\frac{p}{KS}} \quad (5)$$

なる値である。積分を計算して

$$\frac{a}{g} \arctan x = T_1 \quad (6)$$

$$x = \frac{V}{a} \quad (7)$$

が得られる。

また(4)式の別の形

$$\frac{p}{g} v \frac{dv}{dy} = -K S v^2 - p \quad (8)$$

が書かれる。但し y は某時刻 t に於ける玉の高さである。これの変数分離を行つて積分すれば

$$\frac{a^2}{2g} \int_v^0 \frac{2v dv}{v^2 + a^2} = - \int_0^H dy$$

之より次の上昇高度(最高点)の式が得られる。

$$\frac{a^2}{2g} \times 2.303 \log(x^2 + 1) = H \quad (9)$$

(6), (9)式に於いて a と x が未知数であり, T_1 と H とは測定し得る値である。(6)式を二乗して(9)式を辺々相除すれば

$$\frac{2.303g}{2} \cdot \frac{\log(x^2 + 1)}{(\arctan x)^2} = \frac{H}{T_1^2} \quad (10)$$

これより x が求められる。之を(6)式に代入して a が求められる。

ここで g の値は 9.798 m/sec^2 を用いることとした。(長岡, 新城博士の観測値で, 東京, 北緯 $35^\circ 71'$, 東経 $139^\circ 76'$)

(2) 落下弾道の解

落下弾道の運動微分方程式を次の如くおく。

$$\frac{p}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = K S v^2 - p \quad (11)$$

落地速度(以下落速と称する)を $-V'$ とし落下時間を T_2 とすれば, 上式は積分されて

$$\frac{a^2}{2g} \int_0^{-V'} \frac{dv}{a^2 - v^2} = - \int_0^{T_2} dt$$

これより

$$\frac{2.303}{2g} \times a \log\left(\frac{1-z}{1+z}\right) = -T_2 \quad (12)$$

但し

$$z = \frac{V'}{a} \quad (13)$$

また(11)式の別の形より

$$\frac{p}{g} \cdot v \cdot \frac{dv}{dy} = K S v^2 - p \quad (14)$$

これを積分して

$$\frac{a^2}{2g} \int_0^{-V'} \frac{2v dv}{a^2 - v^2} = - \int_H^0 dy$$

之より次の落高に関する式が得られる。

$$\frac{2.303}{2g} \times a^2 \log(1-z^2) = -H \quad (15)$$

(12), (15)式において a と z が未知である。この二つの式より前同様にして a を消去すると

$$\frac{2g}{2.303} \frac{\log(1-z^2)}{\left\{ \log\left(\frac{1-z}{1+z}\right) \right\}^2} = -\frac{H}{T_2^2} \quad (16)$$

これより z が求められる。また(12)式より

$$a = \frac{-2g}{2.303} T_2 \left/ \log\left(\frac{1-z}{1+z}\right) \right. \quad (17)$$

z を之に代入して a が求められる。

4.4 空気抗力係数及び抵抗係数の計算

4.3 の(1), (2)に述べた玉の上昇及び落下の二つの場合に共通に空気抗力係数 K の値は(5)式より

$$K = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{p}{S} \quad (18)$$

また抵抗係数 C_D の値は(3)式より

$$C_D = \frac{2gK}{\rho} \quad (19)$$

によつて得られる。表1に示した実験値より H , T_1 , $T_2 = T - T_1$ を見出しこれより前節に述べた方法によつて夫々上昇弾道及び落下弾道に於ける a_1 及び a_2 が求められる。之を(18), (19)式に代入して上昇弾道における K_1 , C_{D1} 及び落下弾道における K_2 , C_{D2} が求められる。このようにして得られた値の例は表4に示す如くである。

表4 空気抗力係数 K 及び抵抗係数 C_D の値

No.	呼称 寸法	$K_1 \times 100$	C_{D1}	$K_2 \times 100$	C_{D2}
28	三寸	5.71	0.874	5.36	0.820
25	三寸	5.83	0.892	1.95*	0.298*
4	四寸	2.45	0.375	1.50	0.230
7	寸	3.57	0.546	3.33	0.509

11	♂	4.69	0.718	2.63	0.402
13	♂	3.12	0.477	2.21	0.338
17	♂	3.65	0.558	2.54	0.389
21	♂	2.83	0.433	0.94	0.144*
29	五寸	3.57	0.546	2.15	0.329
31	♂	1.69	0.259	2.56	0.392
34	♂	2.78	0.425	2.13	0.326
35	♂	2.65	0.405	1.96	0.300
37	♂	1.29	0.197	1.97	0.301
47	六寸	2.97	0.454	2.49	0.381

表4の数値を図示すれば図8の如くである。

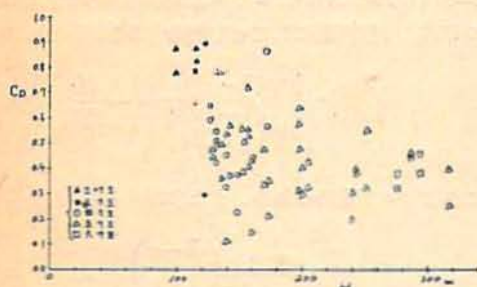


図8

図8は横軸に上昇高度 H をとり縦軸に之に應ずる C_D の値をとつてある。このようにとつたのは高度 H が大であるに従つて玉の運動間の Reynolds 数の変化もまた大きいからその影響を見る為である。図によれば C_D の値は非常に散布しているが、その平均値は H が大となるに従つて小さくなつてゐる。之は H が小なるに従つて臨界 Reynolds 数以下の影響がより大きく現われ、 H が大なるに従つて臨界 Reynolds 数以上の影響が大きく現われているものと考えてよいであろう。即ち玉の空気中の自由運動に際しても風洞効果が見られるものと考えられる。

玉の大きさ別に平均して K 及び C_D の値を算出すると表5の如くなる。但し平均に當つては表4中の*印の値は不規則な値を示しているのを除外した。この表によれば C_D の値は四寸玉において風洞試験による

表5 K 及び C_D の平均値

	K_1	C_{D1}	K_2	C_{D2}
三寸, 三吋玉	0.0561	0.858	0.0517	0.791
四寸玉	0.0349	0.534	0.0295	0.451
五寸, 六寸玉	0.0259	0.396	0.0237	0.363

Reynolds 数が臨界値以下の値 0.40~0.48 の値にほぼ一致し、三寸、三吋玉は之より大であり、五寸、六

寸玉はこれより小である。これは表3に示したように玉が小さくなるに従つて臨界存在値は大きく、従つて臨界 Reynolds 数以下の抵抗力の影響が著しく現われるものとして解釈出来る。但し以上の解釈においても次のことは考慮しておかねばならない。

イ. 玉には照明剤が附してあり真の球体ではなく、照明剤は時間の経過と共に燃焼するから玉の形は時間と共に逐次変つてゆく、何れの大きさの玉にも同一照明剤が取つてあるから、この影響は小さい玉ほど大きい。また落下弾道における玉の方が上昇弾道のそれより真球に近い。

ロ. 照明剤の燃焼瓦斯が放出されるから風洞試験の場合とは条件が異なる。

ハ. 玉は風洞試験の場合のように固定されていないで自由に回転し得る。回転の仕方は場合によつて区々である。(玉の重心を一定にすることは製作上困難であつた。)

ニ. C_D のばらつきは主として経過時間の測定精度にもよると思われるが、上記の諸原因も含まれると考えるのが至当であろう。

4.5 玉の初速, 落速, 経過時間

斯くして求めた K の平均値(表5)を最も確からしい値として、これにより(5)式にて α を計算し、次いで(9)式にこれと実験による H とを代入して ϵ を求め、(7)式より初速 V を計算する。同様にして(16)式より ϵ を求め、(13)式より落速 V' を算出する。その結果を示せば表6の如くなる。この表は砲内弾道研究の為の基礎表となる。

表6 初速 V 及び落速 V' の計算値

No.	玉の呼称寸法	V m/sec	V' m/sec
1	四寸	80.7	37.2
4	♂	110.2	36.3
6	♂	127.3	31.8
7	♂	169.2	28.0
9	♂	114.2	38.8
11	♂	100.2	37.4
13	♂	111.1	37.9
15	♂	92.1	38.2
17	♂	90.5	39.5
19	三寸	242.4	30.9
21	四寸	101.2	38.7
24	♂	131.2	41.0
26	三寸	108.5	30.2
28	♂	95.4	30.5

29	五寸	112.0	50.4	13	4.88	+0.12	11.56	+0.04
31	〃	149.6	48.8	15	4.69	-	10.93	-0.13
34	〃	114.9	42.6	17	4.82	-0.02	11.12	-0.12
35	〃	153.0	37.0	19	4.40	-	12.72	+0.28
37	〃	113.4	48.3	21	4.81	+0.19	11.37	-0.37
39	〃	43.8	33.9	24	5.23	-	12.82	-0.02
41	〃	107.0	36.7	25	4.02	-0.02	10.20	-0.80*
43	〃	-	-	28	3.99	+0.01	9.77	+0.03
45	〃	103.4	47.0	29	6.22	-0.02	13.63	+0.57*
47	六寸	121.9	46.8	31	6.28	+0.72*	15.96	+0.84*
49	五寸	-	-	34	5.44	-0.04	12.95	-0.15
51	〃	84.5	50.4	35	5.00	±0.00	12.86	-0.26
53	〃	106.4	36.3	37	6.03	+0.37	14.00	+0.20
54	〃	104.8	36.6	39	3.72	-	7.77	-0.37
				41	4.75	-0.75*	11.44	+0.36
				45	5.80	-	13.31	+0.69*
				47	6.71	-0.11	14.26	+1.14*
				51	5.88	-	12.86	+0.54*
				53	4.70	-	11.35	-0.15
				54	4.71	-	11.34	-0.34

また以上の計算中に得られた α と β を用い之と α とを(6), (13)式に代入して T_1 , T_2 の計算値が得られる。これと実測値と比較するときは α の値、従つて K 及び O_D の値の実用性が判定される。表7はこの関係を示す。但し ΔT_1 , ΔT は夫々 T_1 と $T_1+T_2=T$ に關し表2に示す実測値より計算値を減じた値である。

表7 経過時間の計算値及び実測値と計算値との差

No.	T_1	ΔT_1	T	ΔT
1	4.57	-	10.71	-0.11
4	4.51	+0.29	11.89	-1.09*
6	4.17	+0.43*	10.63	+0.37
7	3.80	±0.00	10.41	+0.19
9	4.90	-0.50*	11.83	-0.23
11	4.77	+0.03	12.97	-1.77*

表中の*印は測秒器の最大測定誤差0.40秒より大きいものにつけてある。これは T_1 の計算においては測定値34個中4個あり、 T_2 の計算においては47個中11個ある。このことによつて計算値の精度を大体判定し得る。またこのことによつて表3に掲げた K 若しくは O_D の平均値は大体実用し得るものと判定出来る。従つて空氣中彈道の諸元は、之を利用し前述の諸公式を用いて計算することが出来る。この際(10)式によつて H/T_1^2 と α との關係を表示しておけば実用上甚だ便利である。(表8参照)

表8 H/T_1^2 に 応 ず る α の 表

H/T_1^2	α	H/T_1^2	α	H/T_1^2	α	H/T_1^2	α	H/T_1^2	α
5.00	-	6.00	1.52	7.00	2.69	8.00	4.16	9.00	6.10
5.10	-	6.10	1.63	7.10	2.82	8.10	4.33	9.10	6.32
5.20	-	6.20	1.74	7.20	2.96	8.20	4.51	9.20	6.55
5.30	-	6.30	1.85	7.30	3.10	8.30	4.69	9.30	6.78
5.40	-	6.40	1.96	7.40	3.24	8.40	4.88	9.40	7.03
5.50	0.99	6.50	2.07	7.50	3.39	8.50	5.07	9.50	7.27
5.60	1.10	6.60	2.19	7.60	3.53	8.60	5.27	9.60	7.54
5.70	1.20	6.70	2.31	7.70	3.69	8.70	5.46	9.70	7.81
5.80	1.31	6.80	2.44	7.80	3.84	8.80	5.67	9.80	8.08
5.90	1.42	6.90	2.56	7.90	4.00	8.90	5.88	9.90	8.36

4.6 砲内弾道公式と打揚火薬の適合係数

打揚筒内における弾道計算式は大体において起動圧 $P_0=0$ と看做されるから、筆者の先に報告した簡易弾道公式⁶⁾

$$\text{速度式 } V = \frac{\sigma}{A\mu} \cdot \frac{1}{G} [W] \quad (20)$$

$$\text{圧力式 } P_m = \left(\frac{1}{\Delta - \eta} \right) \cdot \frac{1}{G} [D_m] \quad (21)$$

を用いることについて検討する。上式にて

V : 初速 (dm/sec)

A : 火薬のピバシチー (1/sec)

f : 火薬の力 (dm)

G : 火薬の形状に関する係数

$\mu = i \frac{p}{s} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{p} \right)$: 仮想弾量

P_m : 最大筒内圧力 (kg/dm²)

$\Delta = \frac{\omega}{c}$: 装填比重

η : 実用=ボリウム

$[W] = 2(1+\beta) \left(1 - X^{-\frac{1}{\alpha}} \right)$: 速度函数

$[D_m] = \frac{1}{G\xi} \cdot \frac{4}{\alpha} (1+\beta) \left(1 - X^{-\frac{1}{\alpha}} \right) \times \left\{ X^{-\left(1 + \frac{1}{\alpha} \right)} \right\}$: 圧力函数

$\xi = A \frac{\mu}{\sigma} \cdot A \frac{f\omega}{\sigma}$: 装填率

$X = \frac{\rho - \eta \Delta}{1 - \eta \Delta}$

$\rho = \frac{O - \frac{1}{12} \pi D^3}{O'}$: 膨脹比

$X_m = \left(\frac{1+\beta}{1 + \frac{G\xi}{2n}} \right)^\alpha$: 最大筒圧点における X

$\alpha = \frac{4}{G\xi + 2(n-1)}$

$\beta = \frac{G\xi - 2(n-1)}{G\xi + 2(n-1)}$

n : 火薬ガスの平均断熱膨脹係数

先づ表6の初速の計算値を基礎として速度式(20)より各種の場合に共通な打揚火薬たる黒色火薬の適合係数を求める。計算の便宜上次の記号を定める。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega}{\sigma} &= K_1, \quad \frac{\mu}{\sigma} = K_2, \quad K_1 K_2 = K_3 \\ Af &= x, \quad AG = y, \quad xy = z \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

今

$$G\xi = Af \cdot \frac{\omega}{\sigma} \cdot AG \frac{\mu}{\sigma}$$

なることを考慮して(20)式を書きなおせば

$$V = \frac{Af \frac{\omega}{\sigma}}{Af \cdot AG \cdot \frac{\omega}{\sigma} \cdot \frac{\mu}{\sigma} + \frac{n-1}{2}} \times \left\{ 1 - X^{-\left(\frac{Af \cdot AG \cdot \frac{\omega}{\sigma} \cdot \frac{\mu}{\sigma}}{4} + \frac{n-1}{2} \right)} \right\}$$

これに上記の記号を代入して変形すれば

$$x = V \frac{1}{k_1} \left(\frac{k_2 z}{4} + \frac{n-1}{2} \right) \times \left\{ 1 - X^{-\left(\frac{k_3 z}{4} + \frac{n-1}{2} \right)} \right\}^{-1} \quad (23)$$

k_1, k_2 は既知元であり、 V は表6の値を用い、種々なる z の値を上式に代入して之の各値に應ずる x が求められる。即ち一つの玉の発射結果について $x \sim z$ 曲線が一本得られる。従つて各玉について同一図表上に $x \sim z$ 曲線を引き、それ等が一つの点に交わるならば、その交点の x 及び z を読めば、これが打揚火薬に應ずる適合係数を示すことになる。以下述べるように、そのような理想的現象は得られなかつたから、これ等の曲線群の性質より見て x, z を定めた。計算の為に使用した数値は次の如くである。

黒色火薬の n の値

山家博士の計算によれば¹⁰⁾ 硝石75%, 炭素15%, 硫黄10%の配合にて1kgの火薬より生成するガスは CO_2 0.9843モル, CO 0.1004モル, N_2 0.3201モル, S_2 0.0780モルである。

気体1モルの常温 15°C (288°K) より任意温度迄の内部エネルギー $E^{(1)}$ を計算し、 $\bar{C}_v = E/(T-288)$ を求め更に $n = 1 + R/\bar{C}_v$ にて n を計算すれば次の値となる。

$T^\circ\text{K}$	3,000	2,000	1,000
n	1.20	1.22	1.23

即ち黒色火薬の場合は比熱の大きい炭酸ガスの量が比較的に多いので n が小さいのである。計算の為に

$\eta=1.20$ を採用する。

η と δ の値

黒色火薬の η の値は山家博士の計算によれば 0.5~0.6 であるから¹⁵⁾、本文では $\eta=0.55$ を採用する。また黒色火薬の真比重 δ は、圧搾工程を経て製造されたものについて 1.45~1.50 であり簡易弾道公式の建設条件 $\eta \delta = \frac{1}{6}$ を満足する¹⁵⁾。

準備計算として $\mu, \Delta, \rho, X, K_1, K_2, K_3$ の値を同一条件の実験平均値として求めておき、(23)式より z の値に対する x を計算する。この結果をまとめたのが図9である。

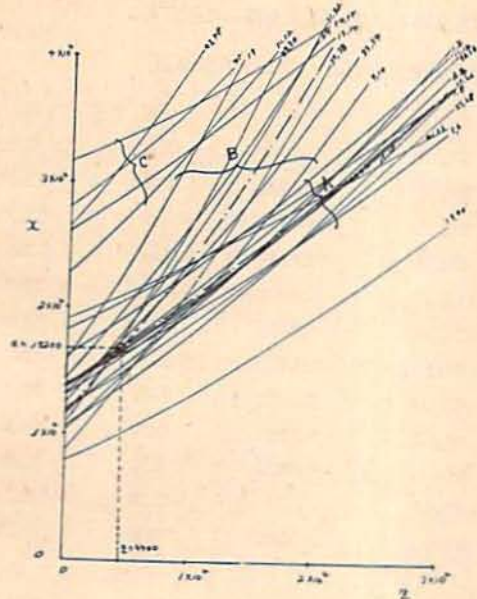


図9

図によれば各曲線が一点に交わるが如き理想的な結果は得られない。図を観察するに大体三つの曲線群に分かれる。その最も傾斜の小さく一つの束になっている組を A、稍大きな傾斜をもつて束になっている組を B、残りの、単独に何れよりも相当離隔しているものを O とする。A 群の平均曲線と B 群の平均曲線をつくり、その交わった点の x, z を読んで之を黒色火薬の適合係数とする。然るときは交点について

$$z=4400, x=17200$$

を得る。これより

$$y = \frac{z}{x} = \frac{4,400}{17,200} = 0.256$$

が得られる。即ち

$$Af=17200, AG=0.256$$

となる。A と f 及び A と G とは分離出来ないが実用上支障はない。但しこの常数を利用するに当つては、玉と筒との間隙率即ち面積比 S/σ の値が 0.80~0.87 に適合し得るものであることに注意すべきであつて、恐らくは S/σ の値が著しく之より小であるときは Af は相当に小となり、また逆の場合は Af は相当に大となるであろう。

上記の x 及び z の値を使用して(23)式にて V を計算し表6の値と比較すると表9の如くなる。但し表6の値を V 実、新たに計算された値を V 計にて表わす。 ΔV は V 実より V 計を減じた値である。

表9 砲外弾道公式より H 及び T を既知して計算された V 実の値及び砲内弾道公式より計算された V 計の値との比較

No.	V 実	V 計	ΔV
1, 2	104.9	119.0	-14.1
3, 4	116.4	124.0	-7.6
5, 6	123.6	129.1	-5.5
7, 8	101.5	134.0	+27.5
9, 10	121.9	145.8	-23.9
11, 12	94.9	85.2	+9.7
13, 14	104.5	61.5	+43.0
15, 16	88.7	35.3	+53.4
17, 18	93.9	117.6	-23.7
19	242.4	182.0	+60.4
21, 22	90.7	93.4	-2.7
24	131.2	45.3	+85.9
25, 26	104.8	107.2	-2.4
27, 28	88.0	101.8	-13.8
29, 30	119.7	121.4	-1.7
31, 32	135.4	131.1	+4.3
33, 34	142.7	141.0	+1.7
35, 36	150.6	151.7	-1.1
37, 38	126.4	155.4	-29.0
39, 40	56.9	96.4	-39.5
41, 53	107.0	87.0	+20.0
54, 55	111.9	57.2	+54.7
45	103.4	56.5	+46.9
47, 48	118.7	63.6	+55.1
51, 52	85.0	53.9	+31.1

V 筒内圧力及び打揚火薬の効率 に関する検討

5.1 筒内最大圧力の計算

以上において求めた打揚火薬の適合係数（即ち黒色小粒薬の特徴数）を基礎として、最大圧力式（21）によつて実験の打揚条件にて最大圧力を計算してみる。先づ $n=1.20$ に応ずる $D_m(G_i)$ の函数表を準備しておく。（値は省略）また G_i に応ずる X_m の値を求めておく。

打揚条件に基いて $G_i=l_{23}$ を計算し次いで $[D_m]$, X_m を求め（21）式より最大筒圧 P_m を、また最大筒圧点 l_m を求める。但しここに l_m は筒底より最大筒

圧位置における打揚玉の位置迄の距離であつて、筒底より玉の円と筒内壁との切点迄の長さである。玉の容積を v_s とすれば l_m は

$$C_m + \frac{v_s}{2} = \sigma l_m$$

$$X_m = \frac{C_m/c' - \eta \Delta}{1 - \eta \Delta}$$

この二つの式より C_m を消去して

$$l_m = \frac{1}{\sigma} \left[c' \{ X_m (1 - \eta \Delta) + \eta \Delta \} + \frac{v_s}{2} \right] \quad (24)$$

にて求められる。結果を表10に掲げる。

表10 実験条件に応ずる最大筒圧 $P_m(\text{kg/cm}^2)$ 、最大筒圧点 $l_m(\text{cm})$ の計算値

No.	G_i	P_m	l_m	No.	G_i	P_m	l_m
1, 2	0.6574	11.16	10.2	27, 28	0.6182	13.51	7.0
3, 4	0.5421	9.53	10.2	29, 30	1.1691	17.33	12.1
5, 6	0.4255	7.76	10.5	31, 32	0.9381	14.61	12.3
7, 8	0.3238	6.05	10.7	33, 34	0.7269	11.85	12.5
9, 10	0.9038	19.62	9.7	35, 36	0.5104	8.60	12.9
11, 12	0.4409	5.27	10.4	37, 38	1.2861	24.21	11.6
13, 14	0.6758	1.66	48.7	39, 40	0.6310	5.69	12.7
15, 16	0.6811	0.89	89.5	41, 53	0.5157	1.43	52.7
17, 18	0.6785	11.17	10.1	54, 55	0.5390	0.79	94.8
19	0.9790	3.16	7.7	45	0.9464	14.29	12.8
21, 22	0.6785	11.50	10.1	47, 48	1.6324	40.28	12.7
24	0.7982	11.38	10.0	51, 52	1.3873	19.06	11.7
25, 26	0.4875	8.48	8.3				

5.2 筒圧の検討に関する実験

表10に示すように計算圧力は相当に低い値を示している。この数値が信頼すべき値であるかどうかを次の2回の実験によつて確かめた。

第1回実験 ボール紙筒による打揚

図10に示すようなボール紙筒を準備した（帯状ボール紙交互斜巻機械製）



図 10

この筒の内径は11にて示した四寸筒のものと同一である。打揚玉は填砂で重量500gに規正した。打揚の際

には筒底に毎回新しい砂をつめた。これは発射後砂を筒より出し残火を防止する為のものである。この筒を植杭に縛り着け、鉛直に保ち低装薬（37.5g）より逐次装薬を増加して112.5g迄発射した。結果は何れも発射後筒に異状を認めなかつた。筒の円周方向に試験片を採取し抗張力試験の結果破断限界荷重 $J_2=87.60 \text{ kg/cm}^2$ を得た。許容内圧を薄肉管体として計算すれば材料強弱学理論によつて

$$P_1 = \frac{2J_2 \delta}{d} = 7.69 \text{ kg/cm}^2$$

となる。即ち装薬を112.5gに増加してもなお筒は破壊しなかつたから、最大筒圧はこの場合約8kg/cm²以下であることが推定される。従つて表10におけるNo.9, 10の計算値約20kg/cm²はやや高過ぎるようと思われる。

第2回実験 検圧筒による試験

四寸打揚筒 No.3 の底部を図11の如く改造してこれに鉛板式検圧装置を取付けた。

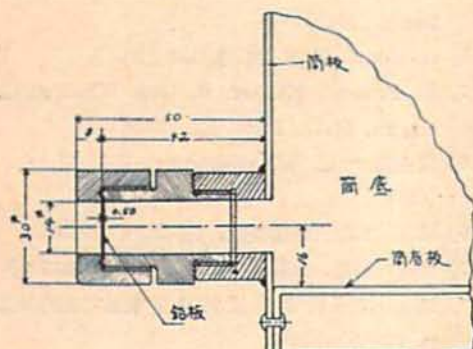


図 11

鉛板のふくらみの高さ dh を測定し、これを静圧に換算した。換算の爲には水圧機によつて検定し衡力表をつつた。このときの加圧時間は約1秒とした。測圧用の鉛板は厚さ 0.50mm であつて検定及び実測に際して焼鈍は行うことが出来なかつたが、なるべく同一部分に近く試験板を採取した。受圧面積は 1.54cm^2 である。弾量を 500 g とし、打揚火薬量を 25 g より逐次増加して発射を行い、測圧した結果を示せば図12の如くである。

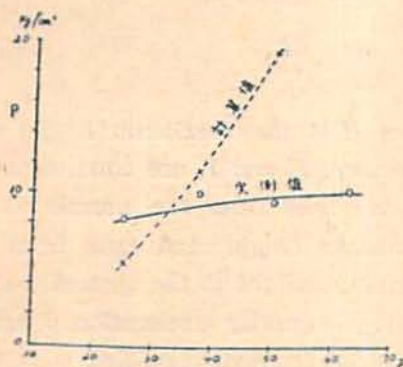


図 12

図によれば計算値と実測値とは打揚火薬量が 32.5 g (大体実用値に近い) 附近において一致し、それより薬量が大きくなるに従つて計算値の方が甚しく高くなる。なお実測値は薬量に余り依らないのは注目すべきであつて、更に実験的に確むべきである。また本文に掲げた圧方式 (21) は本来無煙火薬に関して適合すべくつくられたものであることに留意しなければなら

い。

5.3 火薬の効率

砲内弾道効率 r は次式で計算される。

$$r = \frac{1}{2} \mu V^2 / \frac{f \omega}{n-1} \quad (25)$$

$f=330,000\text{dm}$ と仮定して計算するとこの実験においては $r=2.2\sim 13.6\%$ なる値を示し之は火砲の効率 30~40% の場合に比して甚しく低い値である。

VI. 地上落下玉の散布状況

Ⅱにて述べた打揚試験は填砂玉を用いたのでその地上落下点が求められた。試験後着地点を測量して得た結果、打揚点からの距離は三寸玉 0.2, 三寸玉 27.7m, 4寸玉 18.7, 15.9, 74.8, 12.3, 36.6, 28.2, 15.6, 16.2, 17.7, 18.9, 22.7, 11.3, 50.0, 40.0, 44.6, 28.6, 48.4, 52.0, 14.8, 29.8, 45.2, 34.3, 五寸玉は 41.4, 16.0, 54.0, 17.6, 53.7, 74.8, 10.3, 4.3, 22.9, 5.8, 34.0, 40.4, 67.7m であつた。打揚地点は表面は砂であるが、その直下は堅固な砂利層である。打揚筒は水平丸太に結びつとめて鉛直に保つた。

最大値は五寸玉 (No. 38) の 74.8m であり最小値は三寸玉 (No. 27) の 0.20m である。

VII. 結 論

以上によつて次の結果を得た。

(1) 打揚高度及び経過時間を各種の条件即ち玉の重量、打揚火薬の量、薬室容積、筒長、玉と打揚筒との間隙を変化させて測定し、それ等による影響を検討した。

(2) また上記にて得られた結果によつて、空気中弾道における空気抗力係数を算定し、これと風洞試験の結果とを比較した。その結果によれば中等程度の大きさの玉においては大体風洞試験の成績と一致する。

(3) 以上の係数を用いて算定し得る高度及び経過時間、初速の計算公式を導いた。

(4) 簡易砲内弾道公式により、上記によつて計算された初速を基礎として黒色火薬に関する砲内弾道適合係数 (特徴数) を求めた。この場合に、玉と筒との間隙は火薬エネルギーの利用効率に影響するから、火薬の特徴数特に $1/f$ なる値は間隙の大小に左右されるであろう。逆に間隙の大小によつて適当な $1/f$ の値を選べば適合性のよい結果が得られるであろう。このことはまた将来多数の射撃によつて検討すべきである。

(5) 上記の特徴数を用いて筒内最大圧力を計算し

た。また四寸玉について鉛板のふくらみを利用して測圧した。両者は常用打揚薬量附近で大体一致したが、薬量を増すに従って計算値の方が実測値より相当に高くなる。また実験においては打揚薬量を増加する割合には圧力は増加しなかつた。このことは注目すべき現象であつて、将来多数の射弾によつて確めることが必要である。

(6) 試験玉の落下地点の散布状況を調査した。それによると打揚地点より落下地点までの距離の最大値は約75mに達し、相当広い散布区域を形成することを知つた。

実験に際しては入村達雄君その他多くの方々を煩わした。謹んで謝意を表する。本稿は昭和31年度春季、工業火薬協会研究発表会にてその一部を発表した。

文 献

- 1) 西沢：花火の研究 p. 400 (昭和13年)

On Ballistics of Fireworks Shells

by Takeo Shimizu

We have made an experiment on shooting fireworks shells to establish a theory of ballistics for our practical use, under various condition of shell weight, charge weight, mortar length, chamber volume and clearance between shell and mortar. The shape of each shell is spherical and by affixing a flare to it a brilliant trajectory is drawn in night sky. Photographing this trajectory and other three electric lamps which give the scale, we can know the maximum height of a shell in the sky. At the same time we can measure the travelling time from the muzzle of mortar to the maximum height, and then back to the ground, by using stop watches.

Assuming that the force of air resistance is proportional to the square of shell velocity, we can have the following formulae:

$$H = 2.303 \frac{a^2}{2g} \log(1+x^2) \quad (1)$$

- 2) 陸軍砲工学校射撃学教範砲外弾道学 (高等科砲兵用 p. 30 (昭和8年))
 3) 同上, 4) 同上
 5) G. Eiffel, La résistance de l'air et l'aviation. Paris. (1910)
 6) O. Föppl, Z. F. M. 3, 118 (1912)
 7) L. Prandtl, Nachr. d. Ges. Wiss. zu Göttingen, Math. Phys. Kl. (1914)
 8) 同上及び C. Wieselsberger, Z.F. M. 5, 140 (1914)
 9) 筆者, 工業火薬協会誌, 15, 269 (昭和28年)
 10) 山家, 出穂, 火兵学会誌 33, 435 (昭和15年)
 11) 筆者, 陸軍科学学校射撃学教範砲内弾道学 p. 173 昭和19年)
 12) (10) と同じ
 13) (9) と同じ

$$= -2.303 \frac{a^2}{2g} \log(1-x^2) \quad (2)$$

$$T_1 = \frac{a}{g}, \arctan x \quad (3)$$

$$T_2 = -2.303 \frac{a}{2g} \log\left(\frac{1-x}{1+x}\right) \quad (4)$$

$$x = V/a, z = V'/a \quad (5)$$

$$a = \sqrt{\frac{p}{KS}} \quad (6)$$

where H is the maximum height of a trajectory, T_1 and T_2 are time of travelling of shells from the muzzle to the maximum height and that from the maximum height to the ground respectively, g is gravity acceleration, V and V' are initial and final velocities, p is a shell weight, S is the maximum section area of a shell and K is a constant which should be decided by experiments described above. The M.K.S. unit should be used. Table 1 shows the values of K .

Table 1 Constants of air resistance

Size of Shell in Diameter	K_1	K_2
---------------------------	-------	-------

3 inches and 3.6 inches	0.0561	0.0517
4.8 inches	0.0349	0.0295
6 inches and 7 inches	0.0259	0.0237

K_1 and K_2 mean the average constants calculated by data of ascending and of descending trajectories respectively. It is found that these agree fairly well with ones obtained by experiments of wind tunnels. We have calculated V from the formulae (1)~(6), using the observed values of H , T_1 , and T_2 and the value of K in Table 1.

Thus from the velocity equation of interior ballistics:

$$V = \frac{\sigma}{A\mu} \cdot \frac{1}{G} [W],$$

which was described in my previous paper {J. of the Ind. Exp. Society, Japan 15, 269, (1953)} we obtain interior ballistic constants of the propellant (black powder) as

$$Af=17200, AG=0.256.$$

Now we can calculate the pressure in a mortar, by using these constants. The calculated values of pressure of 4.3 inch mortar are rather higher than those observed by lead plate gage.

(Hosoya Fireworks Co., Ltd.)

爆薬猛度の実験的研究 (第Ⅺ報)

高速度衝撃下の固体の塑性流動波について

(昭和32年3月11日受理)

桜井 武 尙

(日本油脂株式会社武豊工場)

1. 緒 言

先報において、爆薬の衝撃を受けた低純度鉛の爆源近くに、異常な物質速度の高速度があることを指摘したが、さらに、種々の純度の鉛、及び数種の金属についてしらべた。その結果、爆源近傍には、低速度で伝播し、高速で物質が移動する特異な応力波の形式が存在することが明らかになったので、その経過を報告する。

この現象は、加えられた衝撃がきわめて烈しく、固体は動的に硬化する衝撃波の現象をもはや維持することができなくなった状態と見るべきで、言わば固体が液体的に流動性をおび始めた状態と考えることができ、この応力波は後記のごとく、高次塑性波、または塑性流動波と称すべきものである。

きわめて高速度の衝撃下では、このように、固体は固体に特有である強い凝集力から解放されて、塑性的性質をおびるであろうと言うことは、すでにWHITE及

びGRIFFISらによつて予言されていたことであるが¹⁾、(1948)、本報においては特に金属を対照とした実験結果を報告する。岩石、高分子化合物等の物質については、つづいて報告する予定である。

ここにとりあつた金属のうち、鉛とアルミニウムでは明らかに塑性流動波が認められたが、鉄では認められなかった。鉛では、この現象の発生する限界圧力は約10万気圧である。

2. 衝撃速度に依ずる応力波の形態の変化

2.1. 低速度衝撃下の応力波 (弾性波と塑性波)

一般に、数m/s程度の低速度衝撃下では弾性波が発生する。従来、この弾性波伝播問題はかなり整然とした理論が形成されているが、さらに衝撃が高速になると、ある限界から塑性的性質が現象に介入してくればそのままでは無力である。

この塑性問題の研究は古くは COULOMB が降伏条件

を土圧計算に利用したことにはさかのぼる(1773), その後, 多くの場合, 金属を対照として塑性加工や, 構造物の強度計算等の応力解析の分野について行われてきた。しかし, 今次大戦中に砲身の応力計算や装甲板の貫通問題等に刺激され, 急速に発展している。この1945年以降の取り扱いにきわめて動的な問題にも注意が向けられて来たことが第1の特徴である。第2には従来の塑性論では微視的尺度における不均一性にもとづく問題は第2義的なものとして無視されてきたが, この点が物性論の見地から注目されてきたことも見逃せぬ一面である。

この塑性問題の動的な概念の導入は, 塑性波に関する Kármán らの理論的考察と, Duwez らの実験によつて確立された。

いま, 棒状試料の末端に衝撃を加え, 距離を衝撃点から X , 時間 t における変位を u , ρ_0, σ を夫々試料の密度と応力, ε を du/dx で示される歪とすれば, Lagrange の座標による運動式をとけば

$$\rho_0 X^2/t^2 = \frac{1}{\rho_0} \frac{du}{dx} \quad (1)$$

となつて, 波の速度 $c (=X/t)$ は $\sigma \sim \varepsilon$ 曲線の傾斜で定まることを示し, また衝撃速度 V_i は

$$V_i = - \int_0^{\varepsilon_1} c \, d\varepsilon \quad (2)$$

で示され, 材料の降伏値 ε_1 に応ずる一定の限界速度が存在し, それ以上の領域では塑性波が(1)式に従つて伝播する。この解は Euler の方法によつても同一の結果を導くことができる。

2.2. 衝撃波の発生

上記の低速度衝撃による正規の弾性波, または塑性波は, その解析の基礎として静的な歪力-歪曲線を用いることができる。しかし, 動的条件下で材料が高压になるに従つて圧縮し難くなる性質があれば, (1)式に従う波の伝播速度は高速となり, 波面が切り立つた大きな圧力勾配を示す衝撃波が発生する。同様のことは, ガスの力学でも起るが, 固体の場合には理論的に材料の動的な性質を予言することはできないので, むしろ動的な歪力-歪関係を導く実験結果に期待がかけられている現状である。

2.3. 高次塑性波の発生

衝撃が十分に高速度で起るときは, 固体は液体の性質を示して塑性流れを起すことが可能である。

この一つのモデルとして, シリンダーが理想的に硬い目的物に投射される場合を考えるとよい。低速度で

はシリンダーは平らになるが, 尚結合力を残している。しかし, 十分に高速になれば標的にそつて横にとび散つてしまうであろう。この場合標的が静止して, 塑性物質のシリンダーが初速 V_i で衝突するので衝撃末端を原点にとると, シリンダーの中を伝播する波の速度は, 物質速度と座標の収縮に關係するから, 波の絶対速度 c' は

$$c' = c(1 - \varepsilon) + \int_0^{\varepsilon} c \, d\varepsilon - V_i \quad (3)$$

となる。 c は(1)式で示される相対速度である

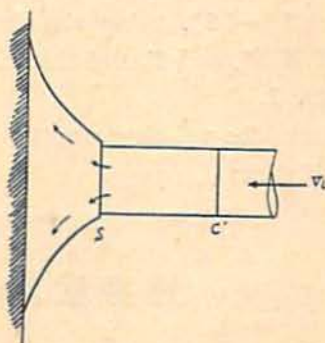


図 1

そして, ある瞬間のありさまを示す図1において, 波頭と標的の間に, 我々の観測中停止した状態に見えるある断面 S が存在し, 各時間の絶対速度 c' はこの断面に近づくほど少くなる。

この断面と標的の間には物質の定常的な流動が起つてゐる。従つて, もしも $\sigma \sim \varepsilon$ 関係がわかつていれば塑性流動の開始点 S では式(3)を零とおくによつて

$$V_i = c(1 - \varepsilon_1) + \int_0^{\varepsilon_1} c \, d\varepsilon \quad (4)$$

を得る。すなわち, 有限の ε_1 に相当する限界衝撃速度がここにも見出される。 ε_1 は固体が液化し始める応力に相当する歪(ここでは工業歪)である。逆にシリンダーが静止して, 標的が V_i で衝撃した時にも同じ性質の発生が考えられる。

2.4. 超音速衝撃下の状態

弾性波以上の衝撃速度になると, 今までのべたような考察はもはや成り立たないが, 性質の形式は前記の塑性流動と同様であると考えられる。衝撃力は衝撃帯の運動量の変化だけで決定され, 応力は

$$\sigma = \rho_0 V_i^2 (V_i > c_s)$$

となつて, 媒体の密度と衝撃速度のみで決定される。