

菊花型花火(割物)の設計条件について (2)

(昭和31年8月22日受理)

清水 武夫

(細谷火工株式会社)

V. 実験結果の整理と初速及び存速に関する実用公式の誘導

以上の実験結果を整理して之によつて先づ星の空気中運動に関する法則を明かにする。次いでこの法則に基いて星の某点に於ける存速を初速に導いて各玉に於ける星の初速を算定し、次いでこの初速の要因となるべき各種の条件を探究し割物の設計公式を建設する。

5.1 実験結果の整理

回転シャッター写真の縮尺を測定した結果は 1/137.4 であつた。標点を基準とし印画紙上に横軸 x 及び縦軸 y を引き、之を基準とし之より各々の方向に 20m 等間隔に針穴にて補助標点を入れる。四つの標点によつて囲まれた正方形の部分毎に幻燈器にて縮尺 1/40 に拡大して方眼紙上に星の飛跡をうつし、飛跡の各切片の頭部位置を記録しその座標 x , y を看読した。原点としては破裂点をとつた。

16mm 活動写真に於いては一般に標点の位置は明確に撮られていないが幸うじて No. 22, No. 49, No. 51 にて発見された。幻燈器にて写真を拡大し、之を白紙上に毎コマ毎に星の位置を記録して飛跡図を得た。この飛跡図の縮尺は第 I 撮影位置(図5参照)のものは 1/384.6, 第 II 撮影位置のものは 1/142.9 であつた。飛跡図の一例を示すと図6の通りである。

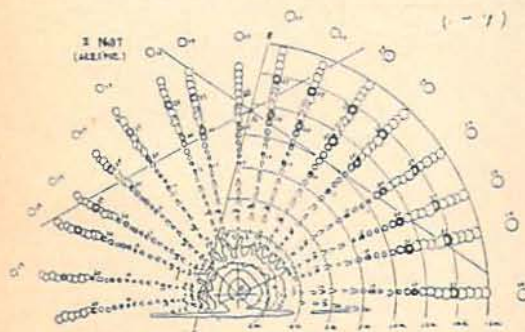


図 6

5.2 星の空気中弾道公式

(1) 空気中弾道常数の決定

星の飛跡写真を整理した結果星の存速は 100~10m/sec 程度の低速であることが知られた。従つてこのような速度では空気の圧縮性に関して大なる考慮を要しないものと思われる。また空気抵抗に於ける Reynolds 数は極めて大きいと考えられるから、空気抵抗力は大体存速 v の 2 乗に比例するであろうことが予測される。星は燃焼しながら飛ぶのであるからその断面比重は時間の函数となる。星の垂直方向への運動微分方程式の解法が困難であるから、水平方向の微分方程式についてのみ解くこととする。玉の設計条件の検討、乃至は空気抵抗法則の解明の爲には水平弾道を明かにすることのみを以つて一応十分に目的が達せられる。この方程式を次の如くおいてみる。

$$-p'(t) \frac{d^2x}{dt^2} = kv^2 = F(v) \quad \dots\dots (3)$$

但し k : 弾道常数

$p'(t)$: 星の断面比重であつて時間の函数

実験結果によつてこの n 及び k を求める。この計算に用いる星はなるべく水平に近く飛んだものであつて側面写真で見ても前後の振れ(方向)のつとめて少ないものを各玉より 1 本づつ選定する。既に玉の破裂によつて飛び出した星は其後は割物の作用を受けないものと看做されるから、各種の玉の星にて空気抵抗法則を導出しても結果として同一となる筈である。

星の飛跡は点線状をなし切片をつくる。一つの切片の頭より次の切片の頭迄の時間間隔は、同期電動機の回転数が交流 50 サイクルにて 25 回転毎秒であるから、1/25 秒である。よつてこの関係を利用して星の任意の

水平位置 x に応ずる $\frac{dx}{dt}$ 及び $\frac{d^2x}{dt^2}$ を求める。

星の心の部分を除いた色光を発する部分の燃焼時間を切片の頭数を数えて測定する。水平に近く運動した星については、星の弾道の端末までの切れ目が明瞭に

撮影せられているから、その切片頭数を明瞭に数えることが出来る(写真4参照)。このようにして次表の結果を得た。

表10 星の燃焼時間、燃焼速度、燃焼時間の公算偏差
(星の運動飛跡より計算)

	N	#	T_1 sec	ω_1 mm/sec	R_T sec	R_T/T_1
B ₈	128	20.77	0.83	1.63	0.055	0.066
B ₁₂	90	38.67	1.54	1.95	0.057	0.037
G ₁₂	9	63.77	2.55	1.18	0.103	0.040

但し上表にて

N: 測定に使用した星の数

#: 切片頭数の平均値

T_1 : 色光部(第1層)の燃焼時間の平均値

R_T : 燃焼時間の公算偏差(偏差が正規分布に従うとすれば $8R_T$ の範囲に燃焼時間が散布する)。

以上によつて星の燃焼時間には3種の測定値が得られた。地上静止燃焼時間を測秒器にて測定したもの(表3)、地上静止燃焼時間を16mm 活動写真機にて測定したもの(表8)、空気中の星の運動飛跡について回転シャッターの方法によつて測定したもの(表10)である。

之等を B₈, B₁₂, G₁₂ の星について対照比較してみると次表の如くなる。

表11 星の燃焼時間の各種測定方法による比較

	静止燃焼		運動燃焼
	測秒器	16mm 活動写真	回転シャッター
B ₈	1.20-0.60=0.60	0.76	0.83
B ₁₂	1.95-0.60=1.35	1.54	1.54
G ₁₂	2.97-0.60=2.37	2.15	2.55

測秒器による諸元は全燃焼時間より輝心の夫を差引いたものである。上表によれば測秒器による値は B₈, B₁₂ に於いて他よりやや大なる差を示している。然しながら他は大体に於いてよく一致している。即ち星の燃焼時間は静止燃焼の場合も運動燃焼の場合も大差ないものと看做してよいであろう。このことは星の設計上重要である。

星の断面比重は上述の如く時間の函数であるがこの函数形は実験的に求めることが出来なかつたので、次の仮定をおいて計算によつて求める。

仮定 大気中にて星の表面より垂直に燃焼する速度は一定の薬質に於いては時間に関せず一定である。

之は無煙火薬等の等圧下の燃焼に於いても認められてい

る仮定である。然るときは星の断面比重は次式にて計算される。

$$p'_v = \frac{p_v}{\sigma_v}$$

$$= \frac{p_2 + \{(R_2 + r\omega_1/25)^2 - R_2^2\} \cdot \frac{4}{3} \pi \delta_1}{(R_2 + r\omega_1/25)^2 \cdot \pi} \quad (4)$$

但し

v : 第1層(ここでは色光部)の燃焼終りの切片頭番号を零とし、燃焼の逆につけた切片頭番号

p'_v : v 番に於ける星の断面比重

p_v : v 番に於ける星の全重量

σ_v : v 番に於ける星の大円の面積

p_2 : 第2層(ここでは輝心部)の全重量

R_2 : 第2層の半径

δ_1 : 第1層の比重

ω_1 : 第1層の燃焼速度

(3) 式にて $\frac{d^2x}{dt^2}$, $p'(t)$ の値として各 v に応ず

る $\left(\frac{dv}{dt}\right)_v$, p'_v を代入して $F_v(v)$ を計算することが出来る。斯くして $\log v$ と $\log F_v(v)$ との関係を描図上にプロットすれば図7の如くなる。

図は種類と大きさを異にする4個の玉について例示したものであるが、これによれば星の種類や玉の大きさの如何に拘らず大体各点が一直線上に在ることが知られる。従つてこの直線の傾斜は

$$n' = \frac{\log F(v) - 2}{\log v - \log v_0} \quad (5)$$

なる形で表わされるものと考えてよい。但し

n' : 直線の傾斜

v_0 : $\log F(v) = 2$ に於ける v の値

(5) 式を変形して

$$\log F(v) = n' \log v + (2 - n' \log v_0)$$

一方に於いて(3)式の対数をとると

$$\log F(v) = n \log v + \log k$$

この二つの式を比較して

$$\left. \begin{aligned} n' &= n \\ 2 - n' \log v_0 &= \log k \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

を得る。即ち各星について上記の方法によつて n' 及

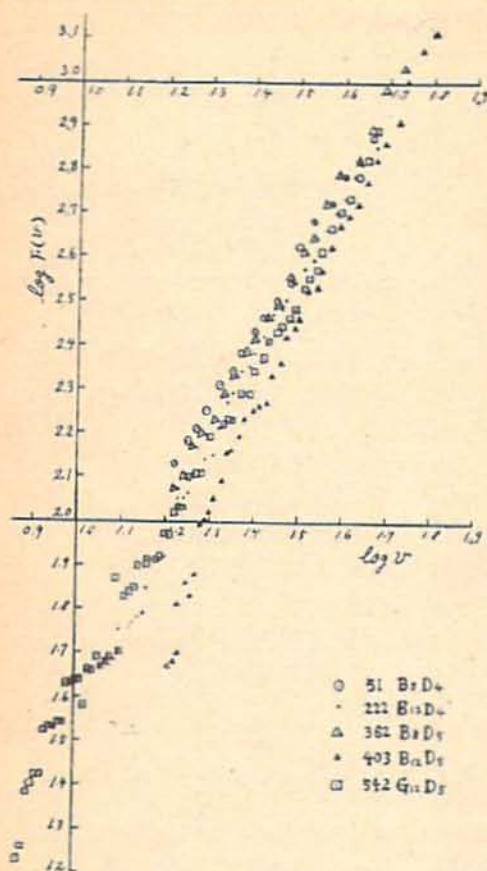


図 7

び $\log v_0$ を求めるときは之より n' 及び k の値が計算出来る。求められた n' 及び $\log v_0$ の値は次表に示す。表中*印を附してあるのは偏差が特に大であるので平均値並びに公算偏差の算出に当つては之を除いた。表中の星番号のつけ方は例えば玉 No. 31 の最水平位置より 2 番目のものは 312 としてある。

表12 n' 及び $\log v_0$

星と玉の種類	星の番号	n'	$\log v_0$
$B_8 D_4$	31	2.08	1.18
△	41	1.69	1.14
△	51	2.27	1.18
△	62	1.83	1.16
△	72	1.90	1.13
△	82	2.22	1.22
△	91	1.83	1.13
△	101	1.99	1.21
△	112	2.20	1.18
$B_{12} D_4$	132	1.79	1.19
△	*141	2.05	1.20

$B_{12} D_4$	262	2.45	1.23
△	172	2.02	1.24
△	182	1.73	1.25
△	191	2.02	1.23
△	202	1.84	1.21
△	212	2.09	1.22
△	222	1.89	1.22
△	232	2.05	1.19
△	241	1.85	1.19
$B_8 D_5$	252	1.74	1.15
△	261	1.72	1.16
△	272	1.84	1.17
△	281	1.75	1.14
△	*291	1.53	1.11
△	302	1.85	1.14
△	312	1.77	1.16
△	343	1.97	1.22
△	352	1.90	1.18
△	362	1.89	1.18
$B_{12} D_5$	371	1.84	1.20
△	382	1.80	1.20
△	392	2.17	1.26
△	403	2.11	1.29
△	411	1.80	1.23
△	422	2.03	1.25
△	442	2.24	1.27
△	452	1.95	1.24
△	471	1.92	1.23
△	481	1.79	1.19
$G_{12} D_5$	502	1.87	1.21
△	503	1.93	1.22
△	505	2.22	1.17
△	542	1.85	1.22
△	543	1.81	1.21
△	544	1.91	1.21
平均		1.93	1.20
公算偏差		0.104	0.025

表12の結果を図示すれば図 8A の通りである。

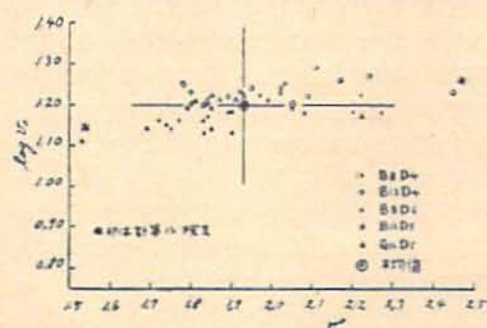


図 8 A

図によれば B_8 の n' は稍々低い方に偏し B_{12} の夫れは稍々高い方に偏しているが大体に於いて重り合つて

いるものと看做してよいであろう。実験公式建設の爲に如何なるの値を採用し得るかは試験当日に於ける気象条件の影響を吟味した後に定めなければならない。

本実験の最初の日は無風であり、次の日は風速 3~5m/sec に達し、且小雨があつた。若し実験上の測定誤差や、不定偏差以上に気象条件の影響があるものとすれば n' 及び $\log v_0$ の値は試験日を異にした二つの群に分れる筈である。図 8 B は試験の日を異にして之等の値を示したものである。第 2 日の n' 及

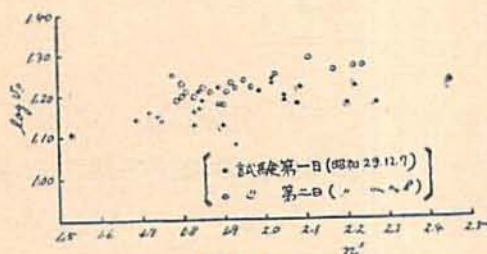


図 8 B

び $\log v_0$ は第 1 日の夫れに比較して稍々高く現われているが、大体に於いては重つているものと考えてよいであろう。従つて本文では一応気象条件の影響は無視し n' 及び $\log v_0$ の値は表 12 の平均値によるものとする。

従つて n 及び k の値は (6) 式より

$$n = n' = 1.93$$

$$\log k = 2 - n' \log v_0 = 2 - 1.93 \times 1.20 = 1.684$$

$$\text{之より } k = 0.483$$

以上によつて弾道常数が求められた。

(2) 星の運動公式の建設

(3) 式より

$$\frac{dv}{dt} = -k \frac{v^n}{p'(t)}, \quad k = 0.483, \\ n = 1.93 \quad \dots \dots \dots (7)$$

となる。之を積分すると

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^n} = -k \int_0^t \frac{dt}{p'(t)}$$

但しこの v_0 は某基準時 $t=0$ に於ける存速であつてその取り方は任意であるから、後の应用到つては初速 V とおき換へることも出来るし、また星の色変化のvarietyの存速をとつてもよい。上式を解くと

$$v = \left\{ v_0^{1-n} + (1-n)(-k) \times \right.$$

$$\left. \int_0^t \frac{dt}{p'(t)} \right\}^{\frac{1}{1-n}} \quad \dots \dots \dots (8)$$

$v = \frac{dx}{dt}$ として更に之を積分して

$$x = \int_0^t \left\{ v_0^{1-n} + (1-n)(-k) \times \right. \\ \left. \int_0^t \frac{dt}{p'(t)} \right\}^{\frac{1}{1-n}} dt \quad \dots \dots \dots (9)$$

が得られる。(8), (9) 式は夫々水平運動に関して $t \sim v$, $t \sim x$ の関係を表わす基本式である。

この二つの式について 2 色, 3 色等に色調変化する一般の変化星について実用公式を誘導する。斯くして得られた式は容易に単一星の場合に導くことが出来る。図 9 に示すように

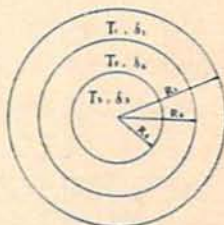


図 9

変化星は各色の層毎に夫々の外半径 R_i , 層の全燃焼時間 T_i , 層の比重 δ_i が附属する。先づ第 1 層の燃焼についてしらべる。

時刻 t に於いて星の燃焼面の半径を r , 星の重量を p とすれば

$$p'(t) = \frac{p}{\pi r^2} \quad \dots \dots \dots (10)$$

p 及び r の値は

$$p = \frac{4}{3} \pi \left\{ (r^3 - R_2^3) \delta_1 - (R_2^3 - R_3^3) \delta_2 + (R_3^3 - R_4^3) \delta_3 + \dots \right\} \quad \dots (11)$$

$$r = R_1 - \omega_1 t = R_1 - \frac{R_1 - R_2}{T_1} t$$

$$= R_1 \left\{ 1 - \left(\frac{t}{T_1} \right) \right\} \quad \dots \dots \dots (12)$$

$$\text{今 } T_1' = \frac{T_1}{1 - R_2/R_1} \quad \dots \dots \dots (13)$$

とすれば (12) 式は

$$r = R_1 \left(1 - \frac{t}{T_1'} \right) = R_1 (1 - \tau_1') \dots (14)$$

ここに

$$\tau_1' = \frac{t}{T_1'} \dots (15)$$

なる値であつて $R_2=0$ のとき単一成分の星の場合となり、またこの場合は $\tau_1'=\tau$ となる。

次の積分を計算する

$$I = \int_0^{\tau_1'} \frac{dt}{p'(t)} = \int_0^{\tau_1'} \frac{\pi r^2}{p(t)} dt$$

(11) 式の p を $p(t)$ として上式に代入し、且

$$c = -\{(\delta_1 - \delta_2) R_2^3 + (\delta_2 - \delta_3) \times R_3^3 + (\delta_3 - \delta_4) R_4^3 + \dots\} \dots (16)$$

とおけば

$$I = \frac{3}{4} \int_0^{\tau_1'} \frac{r^2 dt}{r^3 \delta_1 + c}$$

之に (14) 式の r を代入し、且 $dt = T_1' d\tau_1'$ なることを考慮すれば

$$\begin{aligned} &= \frac{3}{4} \int_0^{\tau_1'} \frac{T_1'^2 R_1^2 (1 - \tau_1')^2 d\tau_1'}{R_1^3 (1 - \tau_1')^3 \delta_1 + c} \\ &= -\frac{2.303}{4} \frac{T_1'}{R_1 \delta_1} \log \frac{(1 - \tau_1')^3 + b_1}{1 + b_1} \dots (17) \end{aligned}$$

となる。但しここに b_1 なる値は

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{c}{R_1^3 \delta_1} = -\left\{ \left(1 - \frac{\delta_2}{\delta_1} \right) \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^3 \right. \\ &\quad + \left(\frac{\delta_2}{\delta_1} - \frac{\delta_3}{\delta_1} \right) \left(\frac{R_3}{R_1} \right)^3 \\ &\quad \left. + \left(\frac{\delta_3}{\delta_1} - \frac{\delta_4}{\delta_1} \right) \left(\frac{R_4}{R_1} \right)^3 + \dots \right\} \dots (18) \end{aligned}$$

である。若し各層の比重が同一であれば

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \dots$$

となり $b=0$ となる。若し星の比重が内部層に至るに従つて大となれば

$$\delta_1 < \delta_2 < \delta_3 < \dots$$

であるから $b > 0$ となる。反対に

$$\delta_1 > \delta_2 > \delta_3 > \dots$$

となれば $b < 0$ となる。

(17) 式を (8), (9) 式に代入し、且先に求めた弾道常数 $n=1.93$, $k=0.483$ を代入して整理すると夫々次の如くなる。

$$v = v_0 \left\{ 1 - As \log \frac{(1 - \tau_1')^3 + b}{1 + b} \right\}^{-1.075} \dots (19)$$

$$x = v_0 T_1' \int_0^{\tau_1'} \left\{ 1 - As \log \frac{(1 - \tau_1')^3 + b}{1 + b} \right\}^{-1.075} d\tau_1' \dots (20)$$

が得られる。但しここに

$$As = 0.258 v_0^{0.92} \frac{1}{R_1/T_1'} \cdot \frac{1}{\delta_1} \dots (21)$$

である。今弾道函数を第1層に限らず一般の場合に拡張して

$$Fv \equiv Fv(As, \tau', b) = \left\{ 1 - As \log \frac{(1 - \tau')^3 + b}{1 + b} \right\}^{-1.075} \dots (22)$$

$$Fx \equiv Fx(As, \tau', b) = \int_0^{\tau'} \left\{ 1 - As \log \frac{(1 - \tau')^3 + b}{1 + b} \right\}^{-1.075} d\tau' \dots (23)$$

とおくと一般の場合の $v \sim \tau'$, $x \sim \tau'$ の式は (19), (20) 式より

$$v = v_0 Fv \dots (24)$$

$$x = v_0 T' Fx \dots (25)$$

とおくことが出来る。

単一星の場合には $T'=T$, $\tau'=\tau$, $b=0$ とすれば (24), (25) 式が適合することは容易に知られる。若し (22), (23) 式によつて弾道表が作製されるときは公式は実用価値を一層高めると共に設計条件の検討の為に甚だ便利なものとなる。(弾道表は紙面の都合にて省略した。)

(3) 星の飛跡の重力による歪曲

割物の設計に當つては重力による星の飛跡の歪曲の度とその使用目的によつて適當でなければならぬ。従つてここには実用に供する為に飛跡の曲率半径 ρ の公式を示し、実用に當つては星と玉との構造を結果として適當な ρ を得るように定めればよい。

星の各瞬時に於ける質量を m , 存速を v , 重力の加速度を g , 弾道の水平面となす角を θ とすれば遠心力

は $\frac{mv^2}{\rho}$, 求心力は $-mg \cos \theta$ であるから両者釣合を保つ為に相等しいと置いて

$$\rho \cos \theta = -\frac{v^2}{g} \dots\dots\dots (26)$$

を得る。この式が弾道上任意点の曲率半径を与える式である。

5.3 星の初速

(1) 星の存速より初速への換算公式

玉の破裂点の近傍に於ける星の飛跡は着火の為に星の外表面に掛けてある引剤の為に回転シャッターによる切れ目が明瞭でなく初速の算定に用いることは出来ない。従つて飛跡が明瞭に切断せられ、且なるべく破裂点に近い写真の切片頭によつてその点の存速を計算し、次いで之を空気抗力の法則に従つて破裂点に於ける初速に換算する方法をとる。この存速より初速への換算の為に (24), (25) 式を用いることも可能であるが、甚しく手数を要し、且垂直分速に関しては適合し得ない。従つて簡単に次の仮定を設ける。

1. 星が運動を始めて測定点に至る迄の間、星の断面比重は変化しない。

2. 星に作用する空気抗力は星の存速 v^2 に比例する。原点と測定点とは通常相当に近いから、以上2つの仮定は略近計算として用いても差支ないものと考えられる。然るときは

水平分速に関して

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{p'} v^2$$

垂直分速に関して

$$\frac{du}{dt} = -\frac{k}{p'} u^2 - g$$

但し u は垂直分速である。換算初速を V とすれば上二式の積分値より容易に次式を導出し得る。

$$V^2 = v^2 e^{\frac{2k}{p'} x} + u^2 e^{\frac{2k}{p'} y} + \frac{g p'}{k} \left(e^{\frac{2k}{p'} y} - 1 \right) \dots\dots\dots (27)$$

但 x, y は夫々測定点の水平及び垂直座標である。之が求める換算公式である。

(2) 初速の算定

破裂点最近の星の存速を先づ算定する。之が為には飛跡の切れ目のうち第1番目は比較的切れ目が明瞭でないことが多いから之を除き、第2番目と第4番目との座標差 $(x_4 - x_2)$ 並びに $(y_4 - y_2)$ の値にシャッター

一倍数 12.5 を乗じて夫々 x_2 及び y_2 点 (即ち第3番目の切片頭) の存速 v, u とする。之を為し得る限り多くの星について算定する。

次にこの換算公式に使用すべき k の値は図8Aに於いて $n'=2.0$ として $\log v_0$ を求め之より k を計算して $k=0.366$ を得た。従つて B_8, B_{12}, G_{12} の $\frac{k}{p'}$ の値は夫々次のようになる。

$$B_8: \frac{k}{p'} = \frac{0.366}{10.0} = 0.0366$$

$$B_{12}: \frac{k}{p'} = \frac{0.366}{14.2} = 0.0259$$

$$G_{12}: \frac{k}{p'} = \frac{0.366}{14.5} = 0.0253$$

但し p' の単位は kg/m^2 である。またここに $p' = \frac{p}{\sigma}$ の計算に用いた σ の値は始点の σ と終点 (x_2, y_2) の σ との大体の平均値を用いた。この部分の燃焼は比重の比較的小さい引剤が燃焼するのみであるから星の重量 p は変らないものとした。従つて p' の値は表3に示した p' の値より少しく大となつてゐる。

以上により計算した換算初速を示せば表13の如くである。但し表中 N は用いた星の個数、 $\bar{V}$ は N 個の星の初速の平均値、 R は初速の公算偏差を示す。標灯線と射面との振れの角の影響は修正しては無いが表に見るように各星の初速の偏差は相当に大であるから、之に比較して振れの影響を無視しても実用上大なる支障はないものと考えられる。

表13 星の平均換算初速 $\bar{V}$, 初速

の公算偏差 R との比 $\frac{R}{\bar{V}}$

玉番号	玉の記号	N	$\bar{V}$ m/sec	$\frac{R}{\bar{V}}$ %
1	D ₄ B ₈ HW ₈	—	—	—
2	D ₄ B ₈ HW ₁₆	8	84.14	6.6
3	D ₄ B ₈ HM ₄	9	58.78	4.8
4	D ₄ B ₈ HM ₈	6	94.50	5.9
5	D ₄ B ₈ SW ₈	7	39.83	3.7
6	D ₄ B ₈ SW ₁₆	9	52.48	3.8
7	D ₄ B ₈ SM ₄	8	47.99	5.8
8	D ₄ B ₈ SM ₈	9	57.41	10.0
9	D ₄ B ₈ PW ₈	6	56.25	5.2
10	D ₄ B ₈ PW ₁₆	8	74.59	3.7
11	D ₄ B ₈ PM ₄	7	47.29	4.9
12	D ₄ B ₈ PM ₈	—	—	—
13	D ₄ B ₁₂ HW ₈	5	42.56	3.5
14	D ₄ B ₁₂ HW ₁₆	5	46.90	3.9
15	D ₄ B ₁₂ HM ₄	6	61.02	1.2

16	D ₄ B ₁₂ HM ₃	6	60.33	9.1
17	D ₄ B ₁₂ SW ₃	5	36.84	4.2
18	D ₄ B ₁₂ SW ₁₆	5	43.32	7.6
19	D ₄ B ₁₂ SM ₄	5	33.82	4.0
20	D ₄ B ₁₂ SM ₈	7	65.06	2.6
21	D ₄ B ₁₂ PW ₃	7	47.57	4.2
22	D ₄ B ₁₂ PW ₁₆	7	68.06	3.1
23	D ₄ B ₁₂ PM ₄	6	50.58	4.2
24	D ₄ B ₁₂ PM ₈	5	66.63	3.3
25	D ₅ B ₈ HW ₃	11	78.08	7.6
26	D ₅ B ₈ HW ₁₆	10	87.42	8.8
27	D ₅ B ₈ HM ₄	11	81.37	7.7
28	D ₅ B ₈ HM ₈	12	94.23	5.8
29	D ₅ B ₈ SW ₃	10	49.05	5.9
30	D ₅ B ₈ SW ₁₆	11	60.75	8.4
31	D ₅ B ₈ SM ₄	12	67.97	5.6
32	D ₅ B ₈ SM ₈	—	—	—
33	D ₅ B ₈ PW ₃	11	71.31	6.2
34	D ₅ B ₈ PW ₁₆	11	128.36	4.4
35	D ₅ B ₈ PM ₄	9	82.63	5.6
36	D ₅ B ₈ PM ₈	11	122.49	10.7
37	D ₅ B ₁₂ HW ₃	8	71.41	5.1
38	D ₅ B ₁₂ HW ₁₆	9	93.98	6.6
39	D ₅ B ₁₂ HM ₄	8	67.39	5.5
40	D ₅ B ₁₂ HM ₈	8	105.32	4.9
41	D ₅ B ₁₂ SW ₃	9	56.73	3.0
42	D ₅ B ₁₂ SW ₁₆	7	65.87	3.5
43	D ₅ B ₁₂ SM ₄	8	61.28	3.1
44	D ₅ B ₁₂ SM ₈	8	57.45	2.8
45	D ₅ B ₁₂ PW ₃	8	63.46	4.2
46	D ₅ B ₁₂ PW ₁₆	—	—	—
47	D ₅ B ₁₂ PM ₄	8	77.25	2.9
48	D ₅ B ₁₂ PM ₈	9	98.58	7.6
49	D ₅ C ₁₂ G ₁₂ B ₁₂ SW ₃	6	52.05	—
50	D ₅ C ₁₂ G ₁₂ SW ₃	8	57.24	4.4
51	D ₅ C ₁₂ SW ₃	—	—	—
52	D ₅ C ₁₂ SW ₈	—	—	—
53	D ₅ C ₁₂ G ₁₂ B ₁₂ PW ₃	6	66.70	—
54	D ₅ C ₁₂ G ₁₂ PW ₃	8	67.11	2.8
55	D ₅ C ₈ PW ₃	—	—	—
56	D ₅ C ₁₂ PW ₃	—	—	—

星Cの飛跡は光力が弱く、且火の粉の尾を引く為に回転シャッターによる切断は不成功に終り、初速の算定は出来なかつた。また上表中其の他にも計算値が欠けているのは不発等の為に撮影が不能であつたものを示す。

(3) 16mm活動写真による初速の算出と前条の算定値との比較

16mm活動写真によるときは回転シャッター写真によるものに比しC星(引星)又は引前部分のように火の粉の尾を引く部分も比較的明瞭に撮影されているから、特に破裂点の近傍の状況及びC星の初速を明かに

することが出来る。然しながら毎秒当りのコマ数が不正確なものと一つの写真に於いても縮尺が至るところ異なっていることから、得られた初速は精度が劣り、単に回転シャッター写真の結果に比較し之を点検する程度の用途しかない。寧ろ 16mm 活動写真は破裂点の近傍、特に 割薬の 燃焼状態が明瞭に撮られているから、割薬の研究の爲には貴重なものである。之については後述する。

撮影関係位置の幾何光学的検討によつて図6に示した飛跡図について見れば、線より右側は各部大体同一縮尺として計算し得ることがわかつた。初速計算の爲には 16mm 活動写真の飛跡と回転シャッター写真の飛跡とを比較し、回転シャッターの回転数を基準とし、活動写真の1秒間のコマ数を決定する。之は破裂点よりの星の飛行距離を両者について合わせ、その一定の距離に於ける活動写真のコマ数と回転シャッター写真の切片数とより決定することが出来る。

以上の方法によつて写真の飛跡図を基礎として撮影方向より向つて右側の4円中の飛跡について初速を計算する。その方法は軌道線上にコマ数 n と破裂点よりの星の運動距離 D_m との関係をプロットし、之を破裂点に逆引伸し破裂点に於ける $\frac{D_m}{n}$ の値を求め之を先に求めた1秒間のコマ数に応じて V に換算する。8mm星については各星の飛跡について平均値を求めて初速を算出し、12mm星については1本づつの飛跡について初速を求め之を平均した。8mm星の初速値は最初の引刻の光が弱く写真面に現われない為に精度が可なり不良と思われる。以上の結果を回転シャッター写真によるものと比較して示せば表14の通りである。

表14 16mm 活動写真による初速の平均値 $\bar{V}$ と回転シャッター写真による V との比較

玉番号	星	1秒間の コマ数	$\bar{V}$ m/sec	V m/sec	差 ΔV m/sec
28	B ₈	126	139.0	94.0	45.0
34	B ₈	123	128.0	128.0	0.0
36	B ₈	113	147.0	122.0	25.0
37	B ₁₂	111	78.8	71.4	7.4
40	B ₁₂	116	114.0	105.3	8.7
42	B ₁₂	108	72.4	65.9	6.5
43	B ₁₂	108	67.4	61.3	6.1
44	B ₁₂	96	57.6	57.5	0.1
45	B ₁₂	107	63.4	63.5	-0.1
47	B ₁₂	106	74.1	77.3	-0.2

表に於いてはB₁₂は $\bar{V}$ と V とが可なりよく一致している。

5.4 破裂弾道(星の初速に関する実験公式の作製)

(1) 一般的な注意

以上によつて各玉の初速が求められたから、精度上回転シャッターによる諸元を用い、玉の製造諸元との関係を明かにすべき実験公式を導出する。

一般に花火玉の製造に於いては製造誤差が大であり、特に玉貼作業の如きは之を一定とすることが至難であり之が為に相当の偏差を生ずるものと思われる。例えば一つの玉についても水平面よりの発射角 θ によつて

$\frac{\Delta V}{V}$ は相当に異なっている。二三の例を示せば表

15 のようである。但し $\Delta V = V - V'$ である。

表15 星の発射角 θ と初速の偏差

玉番号 及び記号	星番号	$\frac{\Delta V}{V}$ との関係		θ
		V m/sec	$\frac{\Delta V}{V}$ %	
No. 37 $D_5B_{12}HW_8$	371	79.9	+9.1	11°42'
〃	372	75.5	+5.7	20°25'
〃	373	73.1	+2.4	31°11'
〃	374	68.3	-4.4	44°08'
〃	375	68.3	-4.4	54°57'
〃	376	72.2	+1.1	67°34'
〃	377	75.1	+5.2	78°09'
〃	378	60.9	-14.7	89°45'
No. 38 $D_5B_{12}HW_{16}$	381	112.4	+19.6	1°40'
〃	382	102.6	+ 9.2	13°37'
〃	383	88.9	- 5.4	27°21'
〃	384	91.2	- 3.0	36°50'
〃	385	93.0	- 1.0	47°25'
〃	386	90.0	- 4.2	60°42'
〃	387	91.1	- 3.1	72°04'
〃	388	95.4	+ 2.6	83°43'
〃	389	80.2	-14.7	94°58'
No. 39 $D_5B_{12}HM_4$	391	73.6	+ 9.2	8°21'
〃	392	68.8	+ 2.1	20°19'
〃	393	62.6	- 7.1	32°38'
〃	394	58.6	-13.0	42°40'
〃	395	65.8	- 2.4	61°02'
〃	396	64.9	- 3.7	67°02'
〃	397	70.1	+ 4.0	82°00'
〃	398	74.7	+10.8	94°41'
No. 40 $D_5B_{12}HM_8$	401	105.5	+ 0.2	6°24'
〃	402	115.0	+ 9.2	18°16'
〃	403	108.3	+ 2.8	30°12'
〃	404	101.3	- 3.8	43°09'
〃	405	98.6	- 6.4	52°02'
〃	406	104.9	- 0.4	63°36'

〃	407	103.8	- 1.4	74°42'
〃	408	105.2	- 0.1	84°29'

また一方に於いて星の初速の平均値は飛跡の4円について求めたものであり、之もまた正確を失う原因と考えられる。為し得れば4円について行う方が効果的であつたと思われる。従つて実験公式作製に當つては全面的に単に初速の実験値のみに頼ることは、却つて正確を逸する虞のあることを考慮し、理論的判断を取り入れ、実験値を適当に取捨選択する必要がある。本文ではつとめて実験値を尊重したが甚しく理論的判断と異なる実験値は之を除却した。

(2) 玉の製造誤差が初速に及ぼす影響

初速に関する実験公式を求めるに先立ち同一構造の玉を破裂させた場合、之等の玉の星は同一初速を得るか否か即ち製造誤差は如何なる程度に初速に偏差を来すのであるかを吟味しなければならない。本実験に於いては同一構造の玉は殆どないのでこの目的を達することは容易でないが、しかし実験値より為し得る限りの考察を試みる。比較し得る玉は次の如くである。

(A) No. 49 $D_5C_{12}G_{12}B_{12}SW_8$

No. 50 $D_5G_{12}SW_8$

No. 41 $D_5B_{12}SW_8$

(B) No. 53 $D_5C_{12}G_{12}B_{12}PW_8$

No. 54 $D_5G_{12}PW_8$

No. 45 $D_5B_{12}PW_8$

以上の玉の星の初速値を比較すれば次の通りである。

(i) No. 49, No. 50 について G_{12} の比較

星番号	V m/sec	星番号	V m/sec
491	54.8	501	53.3
494	44.2	502	54.9
497	56.5	503	55.2
平均	51.8	504	55.0
		505	57.8
		506	53.0
		507	62.9
		508	55.8
		平均	56.0

(ii) No. 49, No. 41 について B_{12} の比較

星番号	V m/sec	星番号	V m/sec
493	53.1	411	61.5
496	54.2	412	58.5
498	49.5	413	55.8
平均	52.3	414	54.5
		415	59.2
		416	55.8
		417	56.5
		418	55.4

419	53.4
平均	56.7

いて $\frac{dV}{V}$ の値を求めると次の如くなる。

(iii) No. 53, No. 54 について G_{12} の比較

星番号	V m/sec	星番号	V m/sec
533	67.9	541	72.0
535	68.6	542	67.2
538	67.4	543	67.4
平均	68.0	544	62.9
		545	63.8
		546	68.1
		547	68.0
		548	67.5
		平均	67.1

$$(i) \left\{ \frac{(51.8-56.0)}{51.8} \right\} \times 100 = -8\%$$

$$(ii) \left\{ \frac{(52.3-56.7)}{52.3} \right\} \times 100 = -8\%$$

$$(iii) \left\{ \frac{(68.0-67.1)}{68.0} \right\} \times 100 = +1\%$$

$$(iv) \left\{ \frac{(65.0-63.5)}{65.0} \right\} \times 100 = +2\%$$

(iv) No. 53, No. 45 について B_{12} の比較

星番号	V m/sec	星番号	V m/sec
532	65.2	451	69.2
535	69.1	452	64.2
537	62.0	453	61.5
平均	65.4	454	69.2
		455	59.2
		456	60.4
		457	65.8
		458	68.2
		平均	63.5

以上によつてみるに玉の製造誤差による初速の偏差は6%に達する場合があることが知られる。

(3) 環星と満星との比較

次節以下で述べるように初速の計算式は環星の玉による測定諸元を基礎として建設しなければならないから、ここで予め環星と満星との二者構造上の差異が初速に及ぼす影響について考察しておく。満星の初速について写真面上より求めることは容易でないから、単にその星の水平到達距離 x_1 及び垂直到達距離 y_1 を求め、之を環星の夫と比較して星の初速の差異を判断するのほかにない。

以上4つの場合について V の平均値の差 dV につ

図解によつて求めた結果は次のようになった。

記号	満星				環星			
	玉番号	ω kg	x_{01} m	y_{01} m	玉番号	ω kg	x_1 m	y_1 m
$D_3B_8SW_8$	57	0.275	37.9	38.7	29	0.232	28.0	24.0
$D_3G_{12}SW_8$	58	0.232	66.2	46.0	50	0.215	53.0	37.5
$D_4B_{12}SW_8$	59	0.106	37.1	31.8	17	0.106	35.6	22.5
$D_4B_{12}SW_8$	60	0.106	33.3	25.2	17	0.106	35.6	22.5

但し上表に於いて ω は割薬量である。之によつて

$\frac{dx}{x_1} = \frac{(x_{01}-x_1)}{x_1}$, $\frac{dy}{y_1} = \frac{(y_{01}-y_1)}{y_1}$ なる値を計算すると

	$\frac{dx}{x_1}$	$\frac{dy}{y_1}$
$D_3B_8SW_8$	0.353	0.612
$D_3G_{12}SW_8$	0.249	0.226
$D_4B_{12}SW_8$	0.042	0.413
$D_4B_{12}SW_8$	-0.065	0.120

但し x_{01} : 満星の玉に於いて青部若しくは緑部が燃焼完了した位置の座標

y_{01} : 同上弾道最高点若しくは前同様青部若しくは緑部が燃焼完了した位置の何れか高い方の座標。

以上によつて見れば一般には満星の方が到達距離が大であつて、従つて初速の値も大なる如く思われる。恐らくは玉の破裂に際し火薬ガスに対して、星の配列したものの自体が1つの抵抗体を形成するであろうから、火薬の効率が環星の場合よりも満星の場合の方が大である為かと考えられる。但し満星の玉と環星の玉に於いては割薬の量を若干異にしていることに注意すべきであり、考察は極く少い数の実験値によつたものであり、且割薬は黒色火薬の場合のみであるから、この結果のみを以て広い条件に共通する十分な結論を下すことは出来ないであろう。(この際星の外側に掛ける着火剤が割薬として作用するであろうことにも注意を要する。)

なお参考の為に実用玉 No. 61, No. 62 について

x_{01} , y_{01} を求めると次の如くなる。

	x_{01}	y_{01}
No. 61	82.0m	—
No. 62	68.0m	60.0m

この玉の製造諸元は不明であるが到達距離は相当に大であつた。

(4) 割薬の燃焼状況の考察

割薬の効率に関する式の形を後に判定する必要がある。このため之が為に先づ玉の破裂時に於ける撮影写真の結果を考察しておく。写真7は回転シャッター写真の破裂点の部分のみを示す。写真の配列の順序は

$D_5B_{12}HW_8$	$D_5B_{12}SW_8$	$D_5B_{12}PW_8$
$D_5B_{12}HW_{16}$	$D_5B_{12}SW_{16}$	—
$D_5B_{12}HM_4$	$D_5B_{12}SM_4$	$D_5B_{12}PM_4$
$D_5B_{12}HM_8$	$D_5B_{12}SM_8$	$D_5B_{12}PM_8$

である。写真に撮影された割薬の光は、既に玉が破裂した後のものであるから、割薬の燃焼に於いて、星の加速に対する無効部分を現わしているものと考えてよいであろう。このように考えると写真に撮影される割薬の光の強度が小さいほど、割薬の効率は大きいことになる。但し割薬の種類による光の性質と強度については別に吟味するを要するであろう。写真に現われた現象を吟味するに玉皮の同一貼数に於いてはH割薬が効率最大で、次いでS, P割薬の順序になる。特にP割薬は燃焼が遅く、飛びながら燃焼している跡がよく撮影されている。但し之も玉貼の枚数を増せば右下段の如く光が少く効率は大きくなる。更に16mm 活動写真を掲げる。玉の種類は写真8: $D_5B_{12}HW_8$, 写真9: $D_5B_{12}SM_4$, 写真10: $D_5B_{12}PW_8$ であつて写真間隔は2コマおきに採つてあり、従つてその時間々隔は約 $\frac{1}{60}$ 秒である。この貼数に於いてはHとS割薬は大体同一燃焼状況を示しているがP割薬は光が大きく無効部分が甚だ大きいことを示している。

(5) 星の初速に関する実験公式

今一つの玉について、それが破裂した場合数多くの星のうちその1個に着目して考える。火薬が燃焼して開発し得る全エネルギーは理論上略近的に

$$E = \frac{f\omega}{\gamma-1} \dots\dots\dots(28)$$

但し γ は火薬ガスの平均断熱膨脹係数である。今火薬が燃焼し玉皮を破断して星に初速 V を与えたとすれば

$$\frac{1}{2} \frac{p}{s} V^2 = \frac{f\omega}{\gamma-1} \sigma R$$

但し R は E のうちその何割が星の大円単位面積当りの重量に対して加速の為に有効に使用されたかを示す数であつて、即ち効率である。之より

$$V = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \cdot \left(\frac{s}{p}\right)^{\frac{1}{2}} \times (f\omega)^{\frac{1}{2}} \cdot R^{\frac{1}{2}} \cdot \sigma^{\frac{1}{2}}} \\ = KE^{\frac{1}{2}} R^{\frac{1}{2}} \left(\frac{p}{s}\right)^{-\frac{1}{4}} \dots\dots\dots(29)$$

$f\omega$ が R に関しない項であると仮定すれば初速は $f\omega$ の平方根に比例することとなる。之は実験によつて確かめねばならぬ事項である。

実験に際して用いる f の値は適当な計算値を用い得れば甚だ便利である。この計算値乃至は計算方法の適否は、之を使用した結果が実験と一致し得るか否かによつて帰納的に判断される。

実験公式に用いる割薬の基準ビバシチーは大気中の燃焼速度を利用し得るか否かも結果より確かめられねばならない。〔後述(v)参照〕

効率 R の値は前節(4)に於ける考察によつて玉皮の貼数、紙質、火薬の燃焼速度即ちビバシチーに關係するものと考えられる。玉貼用の紙として実用上表5に示す縦横貼合せの抗張力が230kg/cm², 1枚の厚さ0.08mmのものを標準とする。今次のように記号を定める。

n : 寸当りの標準和紙の貼数

n' : 寸当りの某紙の貼数

α : 標準和紙を貼つた場合と同一の強度に他の紙を以つて貼り上げた場合 $\frac{n}{n'}$ なる比を表わす。従つて1枚の紙の強度が大であるほど α の値は大となる。即ち α は紙1枚の破断強度を示す特徴数となる。

A : 火薬のビバシチーであつて、通常大気中全燃焼時間の逆数 $\frac{1}{T}$ にて表わす。

α : 星の断面比重に関する指数

β : 火薬の開発すべき全エネルギーに関する指数

k_n : 火薬ガスによる加速効率に関する常数

N : $\frac{k_n}{A}$ なる値であつて特性貼数と称するのが適當であろう。

而して R の値に関して次のようにおいてみる。

$$R^{\frac{1}{2}} = R(n, \alpha, A) = e^{-\frac{k_n}{\alpha n A}} = e^{-\frac{N}{\alpha n}} \dots\dots\dots(30)$$

但し上式は

$$an \rightarrow \infty \text{ のとき } R=1$$

$$an \rightarrow 0 \text{ のとき } R=0$$

$$A \rightarrow \infty \text{ のとき } R=1$$

$$A \rightarrow 0 \text{ のとき } R=0$$

なる条件を満足するようにとつてある。実験による測定点の数は2~3点に過ぎないが上式の如く零及び無限大の条件を入れることによって測定点は4~5点に増加したことになるから、この方法によつて実験の精度を補足することが出来る。

以下(29)式を基礎として実験公式を導出する。 E は(28)式により $f\omega$ に比例する項である。このことを考慮し、且(30)式を代入し次のようにおいてみる。

$$V = K(f\omega)^{\beta} \left(\frac{p}{\sigma} \right)^{\alpha} e^{-\frac{N}{an}} \dots \dots \dots (31)$$

之を初速に関する擬定公式として α, β, a, N, K を実験結果より決定する。

(i) α の決定

星の大きさのみを異にし他の条件は全然同一な玉について初速の測定値の比をとり之より α を算出する。即ち連の B_8 と B_{12} について、他の構造を全部相等しくする玉について式(31)の比をとり、夫の対数をとれば

$$\alpha = \log \frac{V_{B_8}}{V_{B_{12}}} \dots \dots \dots (32)$$

$$\log \left(\frac{p}{\sigma} \right)_{B_8}$$

$$\log \left(\frac{p}{\sigma} \right)_{B_{12}}$$

表13より $\frac{V_{B_8}}{V_{B_{12}}}$ を求めると次のようになる。但し

玉番号 $\frac{2}{14}$ 等とあるのはNo. 2の $\bar{V}$ をNo. 14の $\bar{V}$ にて除することを意味する。

玉番号	$\frac{V_{B_8}}{V_{B_{12}}}$	玉番号	$\frac{V_{B_8}}{V_{B_{12}}}$
2/14	1.794*	26/38	0.930
3/15	0.963	27/39	1.207
4/16	1.566*	28/40	0.895
5/17	1.081	29/41	0.865
6/18	1.211	30/42	0.922
7/19	1.419*	31/43	1.109
8/20	0.882	33/45	1.123
9/21	1.183	35/47	1.070
10/22	1.096	36/48	1.243
11/23	0.935	平均	1.045

*印を附したものは不規則な値であるから之を除去し残りの16個の数値について平均値を求めた。断面比重の値は表3の p_1' を用いて(表3の p')を採用、

$$\frac{\left(\frac{p}{\sigma} \right)_{B_8}}{\left(\frac{p}{\sigma} \right)_{B_{12}}} = \frac{p_1' B_8}{p_1' B_{12}} = \frac{0.92}{1.28} = 0.719$$

従つて(32)式より

$$\alpha = \frac{\log 1.045}{\log 0.719} = -0.133$$

(ii) N の決定 (こうぞ紙標準)

こうぞ紙に貼つた玉について貼数を異にし他の構造は絶て同一なものについて初速を比較する。(31)式により $V_{W_{16}}$ と V_{W_8} との比を求めると

$$\frac{V_{W_{16}}}{V_{W_8}} = e^{-\frac{N}{16} + \frac{N}{8}}$$

之の対数をとつて

$$N = \frac{16}{0.4343} \times \log \left(\frac{V_{W_{16}}}{V_{W_8}} \right) \dots \dots \dots (33)$$

となる。以下割薬の種類毎に N を求めると次の如くなる。

る。先づ $\frac{V_{W_{16}}}{V_{W_8}}$ を前同様に表13より求める。

玉番号	$\frac{V_{W_{16}}}{V_{W_8}}$	玉番号	$\frac{V_{W_{16}}}{V_{W_8}}$	玉番号	$\frac{V_{W_{16}}}{V_{W_8}}$
14/13	1.102	6/5	1.318	10/9	1.326
26/25	1.120	18/17	1.175	22/21	1.431
38/37	1.316	30/29	1.238	34/33	1.801
(H)の平均	1.179	42/41	1.161	(P)の平均	1.519
		(S)の平均	1.223		

従つて(33)式より

H割薬について

$$N_H = \frac{16}{0.4343} \times \log 1.179 = 2.633$$

S割薬について

$$N_S = \frac{16}{0.4343} \times \log 1.223 = 3.218$$

P割薬について

$$N_P = \frac{16}{0.4343} \times \log 1.519 = 6.687$$

(iii) α の決定

標準こうぞ紙とクラフト紙について計算上の強度が略同一な貼数について、紙質のみを異にし他の構造は

すべて同一な玉について初速を比較し次式によつて算定する。

W_{16} , M_8 について

$$\frac{V_{W_{16}}}{V_{M_8}} = e^{N\left(\frac{1}{8a} - \frac{1}{16}\right)}$$

之より

$$\log \frac{V_{W_{16}}}{V_{M_8}} = 0.4343 N \left(\frac{1}{8a} - \frac{1}{16} \right) \dots \dots \dots (34)$$

同様にして W_8 , M_4 について

$$\log \frac{V_{W_8}}{V_{M_4}} = 0.4343 N \left(\frac{1}{4a} - \frac{1}{8} \right) \dots \dots \dots (35)$$

(34) 式より

$$a = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{\log \left(\frac{V_{W_{16}}}{V_{M_8}} \right) + \frac{1}{16} \cdot 0.4343 N} \dots \dots \dots (36)$$

同様にして (35) 式より

$$a = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{\log \left(\frac{V_{W_8}}{V_{M_4}} \right) + \frac{1}{8} \cdot 0.4343 N} \dots \dots \dots (37)$$

之によつて a を求めると次のようになる。

玉番号	$\frac{V_w}{V_M}$	a	玉番号	$\frac{V_w}{V_M}$	a
2/4	0.890	6.831*	18/20	0.666	-1.959*
13/15	0.697	-20.661*	29/31	0.722	10.504*
14/16	0.777	-8.754*	41/43	0.926	2.250
25/27	0.960	2.283	42/44	1.147	1.189
26/28	0.928	3.655	9/11	1.189	1.657
37/39	1.060	1.700	21/23	0.940	2.161
38/40	0.892	6.545*	22/24	1.021	1.905
5/7	0.830	3.726	33/35	0.863	2.427
6/8	0.914	3.613	34/36	1.048	1.799
17/19	1.089	1.650	45/47	0.821	2.618
			平均		2.331

*印のものは不規則値を示しているから之を除外して14個の計算値について平均したものである。

(iv) β の決定

大きさのみが異なり他の構造は同一な玉について初速の測定値を比較して之より算出する。即ち (31) 式に

よつて四寸玉の場合と五寸玉の場合との初速の比を求めその対数をとると

$$\beta = \frac{\log \left(\frac{V_{D_5}}{V_{D_4}} \right)}{\log \left\{ \frac{(f\omega)_{D_5}}{(f\omega)_{D_4}} \right\}}$$

今同一種類の火薬について考えれば f は消去されて

$$\beta = \frac{\log \left(\frac{V_{D_5}}{V_{D_4}} \right)}{\log \left(\frac{\omega_{D_5}}{\omega_{D_4}} \right)} \dots \dots \dots (38)$$

割薬の種類毎に $\frac{\omega_{D_5}}{\omega_{D_4}}$ を計算すれば

$$H: \frac{\omega_{D_5}}{\omega_{D_4}} = \frac{0.234}{0.107} = 2.19$$

$$S: \frac{\omega_{D_5}}{\omega_{D_4}} = \frac{0.232}{0.106} = 2.19$$

$$P: \frac{\omega_{D_5}}{\omega_{D_4}} = \frac{0.256}{0.116} = 2.21$$

また割薬の種類毎に $\frac{V_{D_5}}{V_{D_4}}$ を計算すれば次のようになる。

玉番号	$\frac{V_{D_5}}{V_{D_4}}$	玉番号	$\frac{V_{D_5}}{V_{D_4}}$	玉番号	$\frac{V_{D_5}}{V_{D_4}}$
26/2	1.039	29/5	1.231	33/9	1.268
27/3	1.384	30/6	1.158	34/10	1.721
28/4	0.997	31/7	1.416	35/11	1.747
37/13	1.678	41/7	1.540	45/21	1.334
38/14	2.004*	42/18	1.521	47/23	1.527
39/15	1.104	43/19	1.812	48/24	1.480
40/16	1.746	44/20	0.883*	(P)の平均	1.513
(H)の平均	1.325	(S)の平均	1.446		

*印のものは平均値の計算に入れないこと前述に同じである。(38) 式によつて β を計算すれば

$$H: \beta = \frac{\log 1.325}{\log 2.19} = 0.359$$

$$S: \beta = \frac{\log 1.446}{\log 2.19} = 0.470$$

$$P: \beta = \frac{\log 1.513}{\log 2.21} = 0.522$$

平均 0.450

即ち H , P , S に応ずる β の平均値は各6個の平均であり重量は同一であるから、以上の如く H , P , S について算術平均をとつて $\beta=0.450$ を用いる。

(v) 割薬のビバシター A の決定

(ii) に於いて N が算出されたから、定義に従つて

$$A = \frac{k_n}{N} \dots\dots\dots (39)$$

によつて k_n を知れば A を求めることが出来る。一方に於いて 16mm 活動写真により、 A の値の実験値として燃焼時間の逆数をとつて (表9参照)。

$$\left. \begin{aligned} A_H &= \frac{1}{0.167} = 5.99 \left[\frac{1}{\text{sec}} \right] \\ A_S &= \frac{1}{0.240} = 4.17 \left[\frac{1}{\text{sec}} \right] \\ A_P &= \frac{1}{0.518} = 1.93 \left[\frac{1}{\text{sec}} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

となる。今この中の A_S の値を (39) 式に代入して k_n を求めると

$$k_n = A_S N_S = 4.17 \times 3.218 = 13.42$$

となる。この k_n と N_H , N_P の値を (39) に代入して A_H , A_P を求めると A_S に対する一種の比較ピバシチーを得る。即ち

$$\left. \begin{aligned} A_H &= \frac{k_n}{N_H} = \frac{13.42}{2.633} = 5.10 \\ A_P &= \frac{k_n}{N_P} = \frac{13.42}{6.687} = 2.01 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

(40) 式と (41) 式を比較すれば A_H , A_P は何れも大体に於いて一致している。即ち活動写真による測定より求められた A の値と花火玉の破裂によつて得られた A の値とは大体に於いて一致する結果となつた。従つて公式建設に際しては爾後破裂によつて得られた A の値を使用することとした。

以上によつて (31) 式の諸係数が得られたから之と実験初速とによつて (31) 式の適合性を検討しなければならない。之が為には (31) 式より K を算出してその値が各玉について大体一致するか否かを検討し、若し一致しない場合には式の形を修正しなければならない。

K の第一略近値を K' とする。 f の値は表4に示した計算値を用いる。この f の値が適当であるか否かは、一応この値を用いて計算した K の値が f の影響を含まないか否かによつて判断し得る。之と以上に於いて求められた諸常数と表13の $\bar{V}$ の値を (31) 式に代入して計算した $\log K'$ の値を玉の大きさ及び割薬毎の平均値を以て示すと次の如くなる。但し精度上前記常数の決定に於いて除去が2回重つた玉は除外した。(即ち * 印が2回重つたものを除去した。)

	$\log K'_{B_3}$	$\log K'_{B_{12}}$
$D_4 \left\{ \begin{array}{l} H \\ S \\ P \end{array} \right.$	0.2668 0.3727 0.4151	0.1809 0.2856 0.3955
$D_5 \left\{ \begin{array}{l} H \\ S \\ P \end{array} \right.$	0.2413 0.3139 0.4306	0.2384 0.3281 0.4015
平均	0.3401	0.3051

之は $B_3 D_4$, $B_{12} D_4$, $B_3 D_5$, $B_{12} D_5$ に関する数値の集合に分れる。この各々の集合に於いては何れも P , S , H の順序に K の値が小さくつており、また星の大きさによつて平均位置を異にしていることが知られる。前者はピバシチーの影響と判断し後者は断面比重の影響と判断して (31) 式の修正を試みる。断面比重の影響を修正した K を K'' にて現わし夫について更にピバシチーの影響を修正したものを K にて表わす。修正公式は

$$\left. \begin{aligned} K'_{B_3} &= K'' \left(\frac{P}{\sigma} \right)_{B_3}^{\alpha'} \\ K'_{B_{12}} &= K'' \left(\frac{P}{\sigma} \right)_{B_{12}}^{\alpha'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

辺々相除してその対数をとれば

$$\alpha' = \frac{\log K'_{B_3} - \log K'_{B_{12}}}{\log \left\{ \left(\frac{P}{\sigma} \right)_{B_3} \right\} - \log \left\{ \left(\frac{P}{\sigma} \right)_{B_{12}} \right\}} \dots\dots\dots (43)$$

之に上記 $\log K'_{B_3}$, $\log K'_{B_{12}}$ の平均値を代入して計算すると

$$\alpha' = \frac{0.3401 - 0.3051}{\log \left(\frac{9.2}{12.8} \right)} = -0.244$$

となる。但し断面比重は kg/m^3 の単位にて表わす。従つて修正公式として (42) 式より

$$\begin{aligned} \log K'' &= \log K'_{B_3} - \log \left(\frac{P}{\sigma} \right)_{B_3}^{\alpha'} \\ &= \log K'_{B_3} + 0.2352 = \log K'_{B_{12}} \\ &\quad - \log \left(\frac{P}{\sigma} \right)_{B_{12}}^{\alpha'} = \log K'_{B_{12}} + 0.2702 \end{aligned}$$

が得られる。次に

$$K'' = K A^f \dots\dots\dots (43)$$

とする。割薬 H , S , P について夫々

$$\begin{aligned} K''_H &= K A_H^f, \quad K''_S = K A_S^f, \\ K''_P &= K A_P^f \dots\dots\dots (44) \end{aligned}$$

$\frac{K''_H}{K''_P}$ 及び $\frac{K''_S}{K''_P}$ なる比をつくり之の対数をとつて x を計算すると

$$x = \frac{\log K''_H - \log K''_P}{\log A_H - \log A_P} = \frac{0.4836 - 0.6637}{0.7067 - 0.3032} = -0.445$$

$$x = \frac{\log K''_S - \log K''_P}{\log A_S - \log A_P} = \frac{0.5815 - 0.6637}{0.6201 - 0.3032} = -0.352$$

$x = -0.352$ としてこの値を用いて (43) 式より K を算出した値は表16に示す如くである。

表16 初速の実験公式に於ける比例常数 K の値

玉番号	K	玉番号	K	玉番号	K
1	—	17	6.06	33	4.67
2	—	18	6.20	34	6.97
3	5.64	19	5.59	35	6.05
4	—	20	—	36	4.97
5	6.16	21	6.31	37	5.21
6	6.63	22	5.95	38	—
7	7.01	23	5.97	39	5.15
8	7.05	24	5.49	40	6.99
9	6.59	25	5.03	41	6.98
10	5.76	26	5.24	42	6.63
11	4.92	27	5.49	43	7.12
12	—	28	5.52	44	5.62
13	4.42	29	5.33	45	5.92
14	—	30	5.40	46	—
15	—	31	6.97	47	6.40
16	5.69	32	—	48	5.71

上記38個の値を平均して $\bar{K} = 5.91$ を得る。この平均値を用いて K の公算偏差を求めると

$$r_k = 0.6745 \sqrt{\frac{\sum (K - \bar{K})^2}{38 - 1}}$$

$$= 0.6745 \sqrt{\frac{20.0095}{37}} = 0.496$$

従つて $K = 5.91 \pm 0.496 = 5.91 (1 \pm 0.084)$ にて表わされる。即ち K の値は約 8% の公算偏差をもつことになった。火薬の力 f の差異による影響を吟味するに K には明瞭に現われていないから先に使用した f の計算値は大体妥当であつて実用し得ることが判定される。

星の初速に関する決定公式は (31) 式について断面比重並びにビバシター項を修正して次の如くなる。

$$V = K(f\omega)^{\beta} \left(\frac{p}{\sigma} \right)^{\alpha + \alpha'} A^{\beta} e^{-\frac{k_H}{\alpha n A}} \dots\dots\dots (45)$$

之に先に得られた値

$$\alpha = -0.133, \quad \alpha' = -0.244,$$

$$\alpha + \alpha' = -0.377, \quad \beta = 0.450$$

$$x = -0.352, \quad k_H = 13.42,$$

$$K = 5.91 (1 \pm 0.084)$$

を代入すると次のようになる。

$$V = 5.91 (1 \pm 0.084) (f\omega)^{0.450} \times \left(\frac{p}{\sigma} \right)^{-0.377} A^{-0.352} e^{-\frac{13.42}{\alpha n A}} \dots\dots (46)$$

但し単位は M, K, S 重力単位である。

この実用公式と先の推定公式 (29) と比較すると (29) 式の E の指数は $\frac{1}{2}$ であり、之は (46) 式の $f\omega$ の指数 0.450 と大体一致している。また (29) 式の $\left(\frac{p}{\sigma} \right)$ の指数は $-\frac{1}{2}$ であるが (46) 式の之は -0.377 であつて之はやや差が大きいがほぼ近くの値を示しているから、最初の立案した思想は大体正当であつたものと看做してよいであらう。

(以下次号)