混合装薬の特性について

(昭和31年5月11日 受理)

清　水　武　夫

(細谷火工株式会社)

I. 緒　　　言

先に筆者は本誌[1]に於いて混合装薬に関する砲内弾道解法について述べた。ここではその計算式を利用した場合混合装薬の砲内弾道に及ぼす一般特性について論及する。混合装薬は単一装薬の場合に比較して如何なる特徴があるのであろうか。之を明かにする為には混合装薬と全く同一性能を発揮し得るような単一装薬が対応実在するものであるか否かをしらべればよい。若しこのような単一装薬があり得るとすれば，混合装薬の問題は全く単一装薬の問題に還元することが出来る。以下特に記さない限り記号については前回の報告による。

II. 混合装薬より単一装薬への還元

混合装薬に対応すべき単一装薬を探す為には，混合装薬の諸因子が入り込んでいる弾道基礎函数 α, β, γ についてしらべることが必要にして十分である。このことは解法の諸公式を通覧するだけで容易に知ることが出来る。以下この α, β, γ について記せば

$$\alpha=\frac{N}{4}\cdot\frac{\mu}{\sigma^2}+\frac{n^2-1}{2} \quad\cdots\cdots(1)$$

$$\beta=\frac{M}{2}\cdot\frac{\mu}{\sigma^2}+\frac{n-1}{2}k_0 \quad\cdots\cdots(2)$$

$$\gamma=U\cdot\frac{\mu}{\sigma^2}-\frac{n-1}{2}k_0^2 \quad\cdots\cdots(3)$$

ここに

$$M=\sum_{i\neq j}f_i w_i A_i \quad\cdots\cdots(4)$$

$$N=\sum_{i\neq j}f_i w_i A_i^2 G_i \quad\cdots\cdots(5)$$

$$U=\sum_{j} {}_j f w_j \quad\cdots\cdots(6)$$

但し添字 i は各成分火薬の記号を示し，燃焼を早く完了するものより $1, 2, \cdots\cdots$ とする。 j は某区間に於いて燃焼完了した火薬を示す。後の便宜の為に

$$E_i=E_i\ (f_i,\ w_i)=f_i w_i \quad\cdots\cdots(7)$$

なる量を導入する。之は成分 i なる火薬が開発すべき全エネルギーに比例する量である。然るときは (4), (5), (6) 式は

$$M=\sum_{i\neq j}E_i A_i \quad\cdots\cdots(8)$$

$$N=\sum_{i\neq j}E_i A_i^2 G_i \quad\cdots\cdots(9)$$

$$U=\sum_{j} E_j \quad\cdots\cdots(10)$$

単一装薬の場合は記号 (′) を附して表わすこととすれば，この場合は上式に対応して

$$M'=E'A' \quad\cdots\cdots(11)$$

$$N'=E'A'^2G' \quad\cdots\cdots(12)$$

$$U'=0 \quad\cdots\cdots(13)$$

若し $M=M'$, $N=N'$, $U=U'$ なる関係を設定し之を満足するような E', A', G' が存在すれば，之は混合装薬と全く同一性能を発揮し得るような単一装薬の E', A', G' なのである。このような E', A', G' を夫々還元エネルギー，還元ビバシチー，還元形状係数と称することとする。またこの特徴数をもつ装薬を還元装薬と称することとする。このような還元装薬が存在し得るや否や，若し存在し得るとすれば夫は如何なる條件に於いてであるか。

先ず $U=U'$ とおいてみると (10), (13) 式より

$$\sum_{j} E_j=0 \quad\cdots\cdots(14)$$

即ちその区間中に燃焼を完了した火薬があることが許されない。よつて還元装薬は燃焼第一期即ち区間(0,1)以外には存在しない。(但し発射体の起動前に燃焼を完了した成分火薬はないものと看做す。)

次に $M=M'$ とおいてみる。(8), (11) 式より

$$\sum_{i} E_i A_i=E'A' \quad\cdots\cdots(15)$$

但し $\sum$ の添字 i は区間 (0,1) に於ける総ての成分火薬についての和を示す。以下明瞭性を害しない限り之を省略する。而して

$$E'=\sum E_i \quad\cdots\cdots(16)$$

とおくのが至当であるから，之を (15) 式に代入して

$$\sum E_i A_i=(\sum E_i)\,A'$$

之より

$$A'=\frac{E_1}{\sum E_i}A_1+\frac{E_2}{\sum E_i}A_2+\cdots\cdots \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

上式右辺の A_i の係数はその成分火薬の開発すべき全ヱネルギーの全装薬の夫に対する割合である。之を

$$a_i=\frac{E_i}{\sum E_i}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

とおけば上式は

$$A'=a_1A_1+a_2A_2+\cdots\cdots\cdots=\sum a_iA_i\quad\cdots\cdots\cdots(19)$$

(18) 式にて示される a_i の性質は

$$\sum a_i=a_1+a_2+\cdots\cdots\cdots=1\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

であることは明瞭である。また（7）式によつて

$$\sum E_i=\sum f_i\omega_i=f'\omega'\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

但し f', ω' は夫々還元装薬の力及び装薬量である。然るに ω' は

$$\omega'=\omega_1+\omega_2+\cdots\cdots=\sum\omega_i\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

であるから，之を (21) 式に代入して

$$f'=\frac{\sum E_i}{\sum\omega_i}=\frac{\omega_1}{\sum\omega_i}f_1+\frac{\omega_2}{\sum\omega_i}f_2+\cdots\quad\cdots(23)$$

即ち f' は f_i の装薬量に関する重量平均値となる。

次に $N=N'$ とおいてみる。(5), (12) 式より

$$\sum E_iA_i^2G_i=E'A'^2G'$$

右辺の E', A' に (16), (19) 式を代入すると

$$\sum E_iA_i^2G_i=(\sum E_i)\,(\sum a_iA_i)^2G'$$

之より

$$G'=\frac{E_1A_1^2}{(\sum E_i)\,(\sum a_iA_i)^2}G_1+\frac{E_2A_2^2}{(\sum E_i)\,(\sum a_iA_i)^2}G_2+\cdots\cdots\quad\cdots\cdots(24)$$

右辺の G_i の係数を g_i とおくと

$$g_i=\frac{E_iA_i^2}{(\sum E_i)\,(\sum a_iA_i)^2}=a_i\left(\frac{A_i}{\sum a_iA_i}\right)^2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

従つて (24) 式は

$$G'=g_1G_1+g_2G_2+\cdots\cdots\cdots=\sum g_iG_i\quad\cdots\cdots\cdots(26)$$

以上によつて還元装薬は燃焼第一期以外には存在せずまた燃焼第一期に於いては夫は (16), (19), (26) の條件に於いて実在する。従つて燃焼第一期に於いては混合装薬の問題を単一装薬の問題に全く還元することが出来る。

Ⅲ. 特殊な條件を与えた場合に於ける還元装薬の特徴数

混合装薬に各成分の特徴数の共通性に関して特殊な條件を与えた場合に，之に対応すべき還元装薬の特徴数が如何になるかをしらべる。混合装薬の特徴数としては ω_i, f_i, A_i, G_i の四種類について考えればよい。而して混合装薬として最も一般な場合は各成分火薬の特徴数が総て異る場合であつて

$$\left.\begin{array}{l}\omega_1\neq\omega_2\neq\cdots\cdots\cdots\\ f_1\neq f_1\neq\cdots\cdots\cdots\\ A_1\neq A_2\neq\cdots\cdots\cdots\\ G_1\neq G_2\neq\cdots\cdots\cdots\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

にて表わされる。而して上式中上の二式はヱネルギー式にて置換することが出来るから，結局

$$\left.\begin{array}{l}E_1\neq E_2\neq\cdots\cdots\cdots\\ A_1\neq A_2\neq\cdots\cdots\cdots\\ G_1\neq G_2\neq\cdots\cdots\cdots\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

にて表わせばよい。而して上記式中何れかが相等しく置き得るときは混合装薬の特殊の場合となる。記号の表示を簡単にする為に，(28) 式の場合のように混合装薬の各成分の E_i, A_i, G_i が総て互いに異るときは，この場合を

$$(E_i,\ A_i,\ G_i)$$

なる記号にて表わすものとする。而して若しこの特徴数中互いに相等しいものがある場合は添字（i）の代りに（0）にて示す。例えば

$$(E_0,\ A_i,\ G_i)$$

と表示した場合は

$$E_1=E_2=\cdots\cdots\cdots$$
$$A_1\neq A_2\neq\cdots\cdots\cdots$$
$$G_1\neq G_2\neq\cdots\cdots\cdots$$

なる條件を表わすものと約束する。然るときは特別な場合としての條件は次の6種類である。

1. $(E_0,\ A_i,\ G_i)$
2. $(E_i,\ A_0,\ G_i)$
3. $(E_i,\ A_i,\ G_0)$
4. $(E_0,\ A_0,\ G_i)$
5. $(E_i,\ A_0,\ G_0)$
6. $(E_0,\ A_i,\ G_0)$

この各々の場合について還元装薬のビバシチー A' 及びその形状係数 G' を求めてみる。

（1） $(E_0,\ A_i,\ G_i)$

成分の総数を n とすると (18) 式より

$$a_i=\frac{1}{n}=a_0 \quad \cdots\cdots(29)$$

とおくことが出来る。従つて (19) 式より

$$A'=a_0\sum A_i=\frac{1}{n}\sum A_i \quad \cdots\cdots(30)$$

また (25) 式より，(29) 式を考慮して

$$g_i=a_0\left(\frac{A_i}{a_0\sum A_i}\right)^2=n\left(\frac{A_i}{\sum A_i}\right)^2$$

之を (26) 式に代入して

$$G'=n\left\{\left(\frac{A_1}{\sum A_i}\right)^2G_1+\left(\frac{A_2}{\sum A_i}\right)^2G_2+\cdots\cdots\right\}$$

$$=n\sum\left(\frac{A_i}{\sum A_i}\right)^2G_i \quad \cdots\cdots(31)$$

となる。

(2)　$(E_i,\ A_0,\ G_i)$

この場合の a_i は変らない。従つて A' は (19) 式と (20) 式とより

$$A'=\sum a_iA_0=A_0\sum a_i=A_0 \quad \cdots\cdots(32)$$

にて表わされる。(25) 式より，(20) 式を考慮して

$$g_i=a_i\left(\frac{A_0}{A_0\sum a_i}\right)^2=a_i$$

従つて之を (26) 式に代入して

$$G'=a_1G_1+a_2G_1+\cdots\cdots=\sum a_iG_i \quad \cdots\cdots(33)$$

(3)　$(E_i,\ A_i,\ G_0)$

この場合の A' は変化なく，(19) 式より

$$A'=\sum a_iA_i \quad \cdots\cdots(34)$$

(25) 式にて，g_i は変化しないことが知られるから，(26) 式より

$$G'=G_0(g_1+g_2+\cdots\cdots)=G_0\sum g_i \quad \cdots\cdots(35)$$

(4)　$(E_0,\ A_0,\ G_i)$

(30) 式にて $A_i=A_0$ とおけばよい。即ち

$$A_1=A_0 \quad \cdots\cdots(36)$$

また之を (31) 式に代入して

$$G'=\frac{1}{n}\sum G_i \quad \cdots\cdots(37)$$

が得られる。

(5)　$(E_i,\ A_0,\ G_0)$

(32) 式と同様にして

$$A'=A_0 \quad \cdots\cdots(38)$$

(33) 式より

$$G'=G_0 \quad \cdots\cdots(39)$$

(6)　$(E_0,\ A_i,\ G_0)$

(34) 式中 $a_i=a_0$ とおいて

$$A'=a_0\sum A_i=\frac{1}{n}\sum A_i \quad \cdots\cdots(40)$$

また (25) 式より g_i を求めれば

$$g_i=a_0\left(\frac{A_i}{a_0\sum A_i}\right)^2=\frac{1}{a_0}\left(\frac{A_i}{\sum A_i}\right)^2$$

$$=n\left(\frac{A_i}{\sum A_i}\right)^2$$

之を (35) 式に代入して

$$G'=nG_0\sum\left(\frac{A_i}{\sum A_i}\right)^2 \quad \cdots\cdots(41)$$

以上によつて各種の場合の A', G' が得られたが，更に火薬の力 f' についてもしらべておかねばならない。この場合として普通に考えられるものは，

1'. $(\omega_i,\ f_0)$

2'. $(\omega_0,\ f_i)$

3'. $(\omega_0,\ f_0)$

(1)'　$(\omega_i,\ f_0)$

(23) 式より，(22) 式を考慮して

$$f'=f_0 \quad \cdots\cdots(42)$$

となる。

(2)'　$(\omega_0,\ f_i)$

この場合は (23) 式より

$$f'=\frac{1}{n}(f_1+f_2+\cdots\cdots)=\frac{1}{n}\sum f_i \quad \cdots\cdots(43)$$

(3)'　$(\omega_0,\ f_0)$

この場合は問題なく

$$f'=f_0 \quad \cdots\cdots(44)$$

となることは自明である。前記の6個の場合の各々にこの3個が対応するから総計18個の場合があることになる。

以上の算式を通覧すると混元装薬の特徴数は大体に於いて各成分火薬の特徴数を算術平均乃至は重量平均したものであつて，何れも単一装薬をもつて代替可能と考えられる。稍問題と思われるのは $(E_i,\ A_i,\ G_0)$ の場合の G' であると思われる〔(6) の (41) 式〕。(41) 式より，之を二成分の場合に導いて検討する。

$$G'=G_0\times\frac{2\,(A_1^2+A_2^2)}{(A_1+A_2)^2}$$

今 $A_2/A_1=\epsilon$ とおけば

$$G'=G_0\times\frac{2(1+\epsilon^2)}{(1+\epsilon)^2}$$

今

$$f(\epsilon)=\frac{2(1+\epsilon^2)}{(1+\epsilon)^2}\qquad\cdots\cdots(45)$$

とおけば

$$G'=G_0\cdot f(\epsilon)\qquad\cdots\cdots(46)$$

$f(\epsilon)$ の極小値を求める為之を ϵ にて微分して零に等しくおくと

$$\frac{df}{d\epsilon}=4\frac{(\epsilon-1)}{(1+\epsilon)^3}=0$$

之より

$$\epsilon=1$$

即ち

$$A_1=A_2$$

のときに G' は極小値を示すことが知られる。即ちこの意味は単一装薬の場合に $f(\epsilon)$ は最小であり混合装薬の場合は必ず1より大である。このことは普通に用いられる $G_i>0$ なる火薬に於いては混合によつて弾道性能はかえつて悪くなることを示している。

IV. 結　　論

1. 以上燃焼第一期に於ける混合装薬の燃焼特性は之と同一弾道性能をもつ単一装薬の場合に還元することが出来ることを示した。之によつて検討すると，この期に於いては混合装薬の弾道性能は単一装薬の夫に比較して特異な点は見当らない。

2. 以上に於いて還元装薬の特徴数は大体に於いて混合装薬の特徴数の算術平均値乃至は装薬量，火薬の力，ビパシチー等に関する重量平均値にて示される。

3. 燃焼第二期以後は還元装薬が得られないから混合装薬の弾道性能に関して一般論は見出せない。要は其の都度計算によつて知る他はない。しかし一般に弾道の大勢は普通の場合燃焼第一期の状態でほぼ決るであろうから，還元装薬について特徴数をしらべれば弾道性の大体の判断はつくと思われる。

文　　献

1) 工業火薬協会誌 17，12 (昭和31年).

Character of Mixed Propellant Charges

by Takeo Shimizu

I have reported in my previous paper about an interior ballistic method for mixed propellant charges. [J. Ind. Explosives Society, Japan, 17, 12 (1956)]. The periods of burning of a mixed propellant charge are divided into several intervals according to the time of completion of burning of its component propellants, as I have mentioned. In the fist interval, in which all components are burning, I have found that there is one representative propellant charge theoretically, which operates equally as a mixed propellant charge. This representative charge should take following conditions,

$$A'=\sum a_iA_i$$
$$\omega=\sum\omega_i,$$
$$f'=\frac{\sum\omega_if_i}{\sum\omega_i},$$
$$G'=\sum g_iG_i,$$
$$g_i=a_i\left(\frac{A_i}{\sum a_iA_i}\right)^2,$$
$$a_i=\frac{E_i}{\sum E_i},$$
$$E_i=f_i\omega_i,$$

where notations are as follows,

A: Charbonnier's vivacity,

w: weight of charge,

f: force of explosives,

G: form function of propellant,

dash (′) refers to the representative charge, and i refers to one component.

Now we can solve problems of an mixed charge as if it were a sigle non-mixed charge in the first interval. In other intervals we cannot apply this method.

(Hosoya Fireworks Co.)