

空中衝撃波を受けた壁面の動き

田 中 一 三

爆風を受けた壁面の動きを求めるための運動方程式を理論的に考察して、近似的に次の形で表わされることを導いた。

$$\rho L \left(\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} \right) = P(t)$$

ここに $P(t)$ は壁にかかる爆風圧、 u は壁面の動く速度、 ρ と L は、壁の密度と厚さである。そして上式中の τ は壁の物性と爆風の強さに依存する一種の緩和時間であり、その算出法も示した。

上式は Newton の運動方程式に対して、緩和時間を含む項が加わった形をしており、壁の動きが爆風の圧力値だけでなく、その持続時間にも関係することを示している。

1. 緒言

爆風による構造物の変形挙動を考える際、その要因が圧力値なのか、時間を含めたインパルスなのかは、議論のあるところである¹⁾。爆風圧が $P(t)$ のように時間的に変化する場合、受圧面積を A とすれば物体にかかる力は $AP(t)$ になりそうに思われるが、この形で書いた運動方程式は、実験結果と合致してくれない。

そのため基本的な一次元モデルにおいて、固体壁面にかかる衝撃圧と、それによって壁の得る速度変化の関係を理論的に考察してみた。具体的には、拘束されない自由な壁面に空中衝撃波が入射するとして、波が壁の縁から後へまわり込みことはないとする。

本文中にも述べたが、その場合に弾性近似が成り立つならば、ある波形へのレスポンスさえわかれば、任意の波形へのレスポンスは重ね合わせの原理で求められる。そのため基本的な波形であるステップ関数形の $P(t)$ に対する壁のレスポンスがわかればよい。

実際には空中衝撃波に関する現象は非線型であって、弾性波のような扱いはできない。しかし衝撃波の弱まった極限が弾性波であることから、弾性波において成り立つ関係を基本的なものとして、これを衝撃波にも適用できるような補正を試みるのも一つの考え方であろう。本文はそのような考え方で、空中衝撃波による

壁面の動きを、比較的簡単な方程式で記述しようとしたものである。

実験との比較は別報で行う。

2. 衝撃波を受けた壁の運動

爆風などの衝撃波を一面に受けた物体の運動は、見かけ上 Newton の運動方程式だけでは表わせないようにみえる。

一次元で考えて、密度 ρ 、厚さ L の壁が、単位面積あたり、 P の圧力を受けるとする。壁の速度 u は、Newton の方程式に従えば、

$$\rho L \frac{du}{dt} = P(t) \quad (1)$$

を満足しなければならない。しかし (1) 式を空中衝撃波を受けた壁に適用するとき、 $P(t)$ をそのまま衝撃波の圧力とみなしたのではいけない。

例えば Fig. 1 のように、入射波が波頭圧力 P_1 のステップ関数、

$$P(t) = P_1 H(t) \quad (2)$$

で表わされる場合を考えてみる。ここに $H(t)$ は、

$$H(t) = \begin{cases} 1 & (t \geq 0) \\ 0 & (t < 0) \end{cases}$$

で定義される単位ステップ関数 (Heaviside 関数) である。この条件で (1) 式を解くと、 u は時間に比例してどこまでも大きくなることになる。実際にはそのようなことは起らない。

拘束のない壁を Fig. 1 のように衝撃波面が通り過ぎたとすると、壁は十分長い時間の後には、ある速度を持って平衡に達するはずである。そのとき壁の前後の空気は、入射圧 P_1 に相当する粒子速度 u_1 を持つ

昭和55年6月12日受理

*化学技術研究所

〒305 茨城県筑波郡谷田部町東1-1

TEL 0298-54-4792

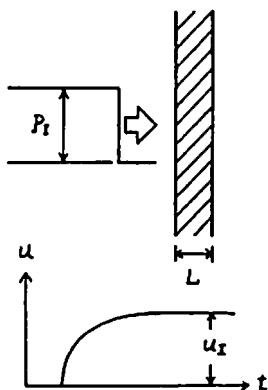


Fig. 1 An incident shock wave to a solid wall and velocity change of the wall.

で、壁自身も速度 u_I を持つと考えるのが妥当であろう。

この場合、衝撃波の到達前にはもちろん壁は静止していたので、 u はゼロから出発して大きくなり、 t の増加とともに u_I に漸近的に近づくような変化をすると考えられる。このような関数形として予想できるのは、

$$u(t) = u_I \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right\} \quad (3)$$

であろう。ここに τ は一種の時定数で、内容的には動きの応答に関する緩和時間である。

τ は重くて動きのぶい壁に対しては大きな値をとるであろう。逆に極端な場合、壁が空気と同じ材質で出来ていれば、 u は波の入射と同時に u_I に達するので $\tau = 0$ である。

(2) 式で与えられる $P(t)$ に対する解が (3) 式となるような微分方程式は、

$$\rho L \left(\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} \right) = P(t) \quad (4)$$

である。(1) 式に比較して、左辺に (u/τ) の項が加わったものであることがわかる。そして (1) 式は τ が非常に大きくて、この項が無視できるような条件で成り立つ式であるということが出来る。

本節では (4) 式を導くために、証明なしに (3) 式を持ち出したが、弾性近似による計算が許されれば (3) 式は理論的に求められる。そのことを次節で説明する。筆者は実際には弾性計算で得られたその結果から、上に述べた緩和時間 τ の概念を思いついたものである。空中衝撃波に対しては、(3) 式にはいくらかの補正が必要になる。そのことも本文中で述べる。

次節以下に述べるような解析を行ってみてわかることであるが、(1) の運動方程式が成り立たぬように

みえるのは、 $P(t)$ の扱い方によるものである。本当は Newton の運動方程式を正しく使うためには、右辺には壁の前面にかかる圧力 P でなく、板の前面と背面の圧力差 ΔP を用いなければならない。

$$\rho L \frac{du}{dt} = \Delta P \quad (1')$$

実際には後で述べるように、衝撃波の圧力は少しずつ壁を透過してゆくの、上の ΔP は時間とともに減少し、ゼロに近づく関数となるべきである。

具体的には、入射波が (2) 式の形のステップ関数のとき、壁の前後の圧力差 ΔP は、

$$\Delta P = P_m \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (5)$$

のような変化をすべきである。そのとき (1') 式の解は、先と同じ (3) 式になる。

(5) 式は $t=0$ のとき $\Delta P = P_m$ を与える。 P_m を入射波頭圧力 P_I に等しくしなかったのは、衝撃波が固い表面に入射すると、そこで生じた反射圧が加わって P_I より大きな圧力がかかるからである²³⁾。

(5) 式を含めて結果を整理すると、次のように緩和時間 τ を求める公式が得られる。

(3) 式を (1') 式に代入し (5) 式と比較すると、

$$\rho L (u_I / \tau) = P_m$$

となる。板の中の波の速度を C 、インピーダンスを Z とすると、

$$Z = \rho C \quad (6)$$

と書くことができる。壁の厚さを波が通過する時間 θ を導入すると、

$$\theta = L/C \quad (7)$$

である。これらの量を用いて上の式を書き直すと、

$$\tau = \frac{u_I}{P_m} \rho L = \frac{u_I}{P_m} Z \theta = \frac{P_I}{P_m} \frac{Z}{Z_0} \theta \quad (8)$$

が得られる。ここに Z_0 は、入射衝撃波に対して、

$$P_I = Z_0 u_I \quad (9)$$

で定義した空気のインピーダンスである。一般には Z_0 は定数ではなく、 P_I の大きさによって変化する量と考えなければならない。

本節では結論を先に述べてしまった。証明は次節以下に行われる。

3. 弾性波近似

空中衝撃波を扱う前に、現象の概略を弾性波近似を使って見ておく。すなわち Fig. 2 上のように、インピーダンス Z_0 の媒体中に、厚さ L だけインピーダンス Z の別の層がはさまっているとす。ここで x のプラス方向に進行する弾性波 (図の左側から入射する波) が、この層を通過するときの現象を考える。このモデ

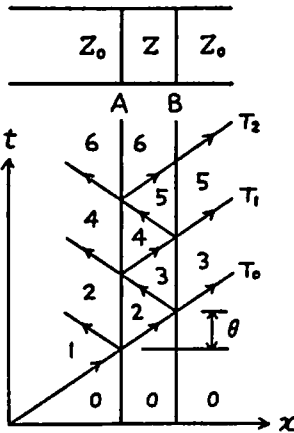


Fig. 2 Transmission of pressure wave through elastic media.

ルではもちろん Z の層が壁で、 Z_0 の媒体が空気を表わしているとする。

Fig. 2 には、A、B 2 箇所インピーダンスの異なる境界がある。このような境界に入射した波は、インピーダンスの比で定まる割合によって、透過波と反射波にわかれる。横軸に距離、縦軸に時間をとって、この場合に層に入射した単一の波が、反射と透過によって幾つかの波にわかれる様子を示すと、Fig. 2 の下のようになるであろう。

図は入射波がステップ関数のときのもと考えてよい。波の到達以前の状態を 0、入射波背後の状態を 1 として、透過と反射で生じた新しい状態に順に番号がつけられている。隣り合った領域に同じ番号が当てられているところは、境界の両側で ρ および u が釣り合う (同じ値をとる) べき場所である。

状態 i の中へ進む状態 j の波は、それぞれの圧力、粒子速度に状態量を示す添字をつけて書くと、波面を横切つての変化に対して、

$$p_j - p_i = \pm Z(u_j - u_i) \quad (10)$$

を満足する。複号は波の進行方向の正負を表わし、 Z は波が進んでいる媒体のインピーダンスである。

波面での変化分を大文字で、 $P = p_j - p_i$ 、 $U = u_j - u_i$ のように書けば、上式は

$$P = \pm Z U \quad (11)$$

となる。 P は波頭圧力と呼ばれる。弾性波近似では Z は P によらない定数である。

一般にインピーダンス Z_0 と Z の境界に対して、波頭圧力 P_i の波が入射したとき、反射波および透過波の波頭圧力 P_R 、 P_T は、次式で求められる⁴⁾。

$$P_R = r P_i, \quad P_T = (1+r) P_i \quad (12)$$

ここに r は、

$$r = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} \quad (13)$$

で定義された反射係数である。

ここで入射波は一定圧が持続するとすると、次のような計算が可能である。Fig. 2 から層を右へ抜けて行く透過波は、ストレートに抜ける T_0 のほかに、内部で反射をくりかえして抜ける T_1 、 T_2 等がある。これらの差圧を P_0 、 P_1 、 P_2 として、透過波全体の差圧 (p_0 との差) を改めて P_T とすると、

$$P_T = P_0 + P_1 + P_2 + \dots \quad (14)$$

と書ける。

層の境界での反射係数が A 点で (13) 式の r であれば、B 点ではその符号を変えたものになる。従って透過波の差圧は (13) 式を A、B 点に適用して、

$$\begin{aligned} P_0 &= (1 - r^2) P_i \\ P_1 &= (1 - r^2) r^2 P_i \\ &\dots \dots \dots \\ P_n &= (1 - r^2) r^{2n} P_i \end{aligned} \quad (15)$$

が得られる。これらを (14) 式に代入し、無限級数の和をとってみれば、 $n \rightarrow \infty$ の極限では P_T の高さは P_i の高さに一致することがわかる。

この関係を Fig. 3 に図示した。図は横軸に時間 t 縦

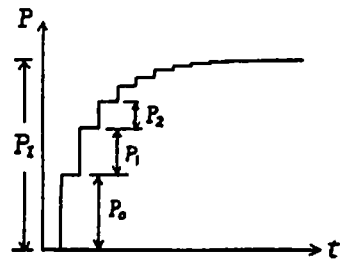


Fig. 3 Pressure profile of transmitted wave.

軸に透過差圧 P_T をとった。Fig. 2 からわかるように、層を抜けてくる P_1 、 P_2 等は、時間的には 2θ 間隔で生ずる。ここに θ は (7) 式の定義による波の通過時間である。この波形はステップの幅が 2θ で階段状に変化していて、最終的には高さ P_i まで漸的に上昇する。

このような波形は、 θ にくらべてずっと大きい時間スケールで見たとき (あるいは階段変化をならして見たとき)、

$$P_T = P_i \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right\} \quad (16)$$

の形で近似することができよう。式中の時定数 τ は、この場合次のようにして求められる。

$P_T(t)$ の階段の高さは、(15) 式の示すように、常に 1 段階前の高さの r^2 倍のものが積み上げられてゆく。

このことは式に表わすと、

$$\frac{P_T(t+2\theta) - P_T(\theta)}{P_T(\theta) - P_T(t-2\theta)} = r^2$$

である。上式は θ を微量として、差分を微分に置きかえたと、

$$\theta \frac{d^2 P_T}{dt^2} + \frac{1-r^2}{1+r^2} \frac{dP_T}{dt} = 0$$

となり、先の(8)式がこれの解となるべきことから、

$$r = \frac{1+r^2}{1-r^2} \theta = \frac{Z_0^2 + Z^2}{2Z_0 Z} \theta \quad (17)$$

が得られる。

空気と固体板から成るモデルでは、

$$Z_0 \ll Z \quad (18)$$

とみなすことができ、これを用いると(17)式は、

$$r = \frac{Z}{Z_0} \frac{\theta}{2} \quad (19)$$

となる。

(19)式で得たのは、層を通り抜けた圧力波形であるが、(17)式から、粒子速度の波形も容易にわかる。すなわち、インピーダンス Z_0 の媒体中では、

$$U = P/Z_0 \quad (20)$$

を満足すべきことから、

$$u(t) = \frac{P_I}{Z_0} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right\} \quad (21)$$

が得られる。ただし $U = u - u_0$ において $u_0 = 0$ と仮定した。

(21)式の u は、インピーダンス Z の壁を通り抜けたあとの粒子速度であるが、Fig. 2 の B 点での連続条件を考えれば、これは同時の壁の端である B 点の動く速度、つまり壁の速度に等しい。

(21)式右辺の係数は、空気中の入射波に対する関係、

$$P_I = Z_0 u_I$$

を用いれば、 u_I に等しい。すなわち(21)式は前節の(3)式と同じもので、弾性近似の場合は、(3)式がストレートに得られることがわかる。

前節(8)式に書いた緩和時間 τ を、弾性近似で出した(19)式と比較してみよう。(8)式は(19)式の P_I を用いて書くと、

$$\tau = \frac{u_I}{P_m} Z \theta = \frac{P_I}{P_m} \frac{Z}{Z_0} \theta \quad (22)$$

と変形される。ところが弾性近似では、 $Z \gg Z_0$ のときの P_m/P_I は 2 に等しい (インピーダンスの比が大きいとき、入射した圧力波は同じ大きさの反射圧を生ずる) ので、結局(22)式と一致することがわかる。

こうして前節に述べた関係が、弾性近似においては完全に成り立つことがわかった。さらに弾性系での著しい点は、重ね合わせの原理が成り立つので、例えば

(4)式は右辺の $P(t)$ を与えて $u(t)$ を求めるレスポンス関数とみなされ、 $P(t)$ がステップ関数のときに成立すれば当然一般の $P(t)$ にも成立することになる⁵⁾。

弾性系での計算は線型であり、電算機によるシミュレーション計算も容易である。これを行ってみても、圧力波形、粒子速度等がインピーダンスの異なる層を透過することで上のような変化をすること、および緩和時間 τ に相当するものが(19)式の値と一致することがたしかめられる⁶⁾

3. 空気中衝撃波

空気中衝撃波が固体壁に入射する場合は、前節の例でインピーダンス Z の媒体を空気、 Z の層を固体とみなすことになる。

これによって生ずる差異は、弾性波近似では、入射圧 P_I に対して板に生ずる圧力 P_m が 2 倍となったのが、空気衝撃波ではそれ以上になること³⁾、衝撃波の圧力 P_I と粒子速度 u_I の関係を(9)式の形に書いたとき、空気のインピーダンスにあたる Z は、定数ではなく、入射波の強さによって変ることである。しかしその他の定性的な面では、板の中で起る透過と反射の様子などは弾性波のときと同じで、図に描けば Fig. 4 のようになる。

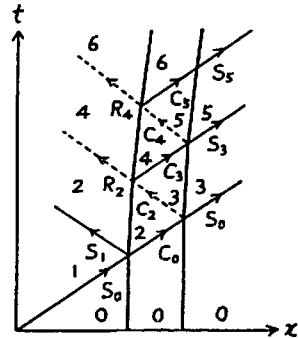


Fig. 4 Transmission of shock wave through a solid wall.

ここで考える空気中衝撃波の強さを、ピーク圧としてただか 100 bar 以下とすれば、固体中に行ける波は弾性波とみなされる。図には実線で圧縮性の波を、点線で引張性の波を表わした。

矢印の線分と記号は、波の進行方向と種類である。Fig. 2 ではすべて弾性波であったが、この場合は S が空気中衝撃波、 C が固体中弾性波、そして R が空気中希薄波である。波の記号につけた添字は、その波がどの状態の中へ進行してゆくかを示す番号である。状態につけた番号は、Fig. 2 のものに対応している。

一般的な衝撃波では、(9)式のインピーダンス Z にあたるものが波の強さの関数となる。そのために前節のように簡単な結果が得られず、各状態の p, u を求めるのに、 $p-u$ 図を使った計算法⁷⁾が必要になる。

Fig. 4で異なった番号を持つ領域は異なった状態とみなされるが、代表的な状態量は p と u である。縦軸に p 、横軸に u をとって、各状態点を図の上に示すとFig. 5のようになる。

図で状態0は、 $p_0=1$ bar, $u=0$ の点であり、状態1は入射衝撃波背後の p_1, u_1 である。曲線 S_0 は状態0の中を進行する衝撃波背後の $p-u$ 関係を示したもので、従って状態1はその上にある。

状態2は、状態1の中に生ずる反射衝撃波 S_1 と、状態0の固体中への透過波 C_0 の背後の点としてきまりこれらの波の持つ2本の $p-u$ 曲線の交点で与えられる。以下同様にして、それぞれの波の $p-u$ 曲線がわかれば、状態3, 4, 5を定めることができる。

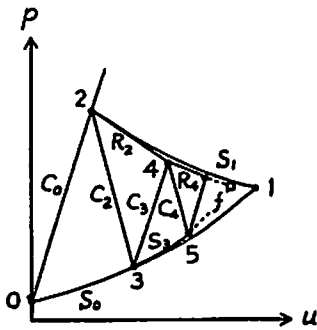


Fig. 5 $p-u$ diagram of shock transmission through the wall.

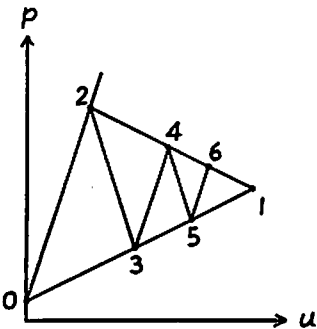


Fig. 6 $p-u$ diagram of elastic model.

比較のために、前節の弾性波近似での $p-u$ 図を、Fig. 6に示した。そこでは $p-u$ 関係はすべて直線で表わされ、その傾きは Z_0 と Z の2種類に限られて

た。この図から、波が層 Z の中で反射をくり返すごとに、偶数番目の点と奇数番目の点 (Fig. 2における層の両端の点A, Bに相当する) が、ともに状態1に収束することがわかる。

衝撃波を考えたFig. 5でも、これらの点列は図上のどこかの一点に収束するであろう。しかしFig. 6のように、入射波背後の状態1と同じ点でなく、そこから若干ずれることが予想される。それはFig. 5の示すように空中衝撃波の $p-u$ 曲線が曲っているからである。

空中衝撃波の場合に、弾性波について得られた結果がどれ程の修正を要するかは、実際に計算してみないとわからない。それを電算機による数値計算で調べた結果を次に述べる。

4. 空気中衝撃波の場合の計算法

Fig. 5にもとづく計算の手順は、次のように整理できる。まず状態0(p_0, u_0)は既知とし、入射衝撃波背後の状態1(p_1, u_1)を与える。このあとの状態点を求めるアルゴリズムは、

$$\begin{aligned} \text{状態 2} &= [-S_1, +C_0], & \text{状態 3} &= [+S_0, -C_2] \\ \text{状態 4} &= [-R_2, +C_3], & \text{状態 5} &= [+S_3, -C_4] \\ \text{状態 6} &= [-R_4, +C_5], & \dots & \end{aligned} \quad (22)$$

となる。上式の意味は、左辺の状態が、右辺の2曲線の交点で求められることを示す。 S_i, R_i, C_i は、状態 i の中へ進む空気中衝撃波、希薄波および固体中の弾性波で、符号は波の進行方向を表わす。従って、任意の状態 i の中を進む各波の $p-u$ 曲線がわかれば、上の関数により、次々と新しい状態の p, u を計算することができる。

波の前面の状態 p_i, u_i をパラメーターとし、波の背後の状態 p, u の関係を求める式は、波の種類によって異なり、ここでは次のようにした。

固体中の弾性波では、(9)式からただちに、

$$p-p_i = \pm Z(u-u_i) \quad (C)$$

が得られる。右辺の複号は、波の進行方向による。また上式は圧縮波、引張波のどちらについても成り立つ。

空気中の波でも、形式的に上の形が成り立つが、衝撃波のときは、

$$p-p_i = \pm \rho_i a_i M(u-u_i) \quad (23)$$

となり、インピーダンスにあたるものが一定ではない。ここに M はマッハ数で、 ρ_i, a_i は状態 i の中の密度と音速である。上式は両辺を音速の一般式、

$$a_i^2 = \gamma p_i / \rho_i \quad (24)$$

で割り、無次元化した波頭圧力と粒子速度を、

$$\bar{p} = \frac{p-p_i}{p_i}, \quad \bar{u} = \frac{|u-u_i|}{a_i} \quad (25)$$

の形で導入すると、次の形になる。

$$\bar{p} = \tau M \bar{u} \quad (26)$$

ただし衝撃波では波の進行方向にかかわらず $p > 0$ であるから、(25) 式で $\bar{u} > 0$ となるように定義した。

一方、波頭圧力とマッハ数の間には、

$$p = \frac{2\tau}{\tau+1} (M^2 - 1) \quad (27)$$

の関係があるので、(26) (27) 式から M を消去して、

$$\bar{p} = \tau \bar{u} \left\{ \frac{\tau+1}{4} \bar{u} + \sqrt{\left(\frac{\tau+1}{4} \bar{u} \right)^2 + 1} \right\} \quad (28)$$

が得られる。上式と(25)式から、状態 i の中への空中衝撃波の $p-u$ の曲線が求められる。

空中希薄波の場合は $\bar{p} < 0$ である。そしてこの波は音速で進むので $M = 1$ とみなすことができ、上の関係から、

$$\frac{p}{p_i} - 1 = \pm \frac{\tau(u - u_i)}{a_i} \quad (R)$$

が得られる。この場合右辺の符号は、圧力変化が負になるようにとるものとする。

上に導いた三つの式 (C) (S) (R) の中で、(C) のインピーダンス Z は定数であるが、(S) (R) の中の音速 a_i は、状態が変わると変化するので、その度に計算する必要がある。

a は (24) 式から p, ρ の関数である。状態 i の中へ進む波の背後の p, ρ は、前面の状態 p_i, ρ_i の値と波の種類によって変わる。

空中衝撃波の場合、Rankine-Hugoniot の関係、

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \frac{[(\tau+1)/(\tau-1)] + (p/p_i)}{[(\tau+1)/(\tau-1)](p/p_i) + 1}$$

から波の前面の音速を a_i 、背後の音速を a とすると、

$$\frac{a}{a_i} = \sqrt{\frac{p/p_i}{\rho/\rho_i}} = \sqrt{\frac{[(\tau+1)/(\tau-1)] + (p/p_i)}{(p_i/p) + [(\tau+1)/(\tau-1)]}} \quad (AS)$$

となる。

空中希薄波の場合、連続方程式、

$$\frac{\rho}{\rho_i} = \frac{a_i}{a_i - (u - u_i)}$$

と (R) 式から、

$$\frac{a}{a_i} = \sqrt{\frac{\tau}{(\tau-1)(p_i/p) + 1}} \quad (AR)$$

が得られる。

実際に(22)の手順に従って、Fig. 5 上で2本の曲線の交点を次々に求めて行くのであるが、それを電算機で行うために次のような逐次近似法をとった。

二つの関係式、 $p = f_1(u)$ と $u = f_2(p)$ の交点を知るのに、任意の u から出発して、これを第1式に代入して p を求め、それを第2式に代入して u を求める。その値を求めてまた第1式に戻り、この操作を収束するまでくり返す。この方法で確実に収束するため

には、 $p-u$ 図上での傾きがどちらの式が大きいかを考察する必要があるが、この問題では (22) の示すように一方の式は (C) の弾性関係式であり、いつもこれを $u = f_2(p)$ に用いて安定な収束が得られた。

5. 計算結果

前節に述べた方法による計算を、YHP社のミニコン21 MX を使って行った。単精度計算(有効数字6桁)で、逐次近似の打ち切り誤差は 10^{-5} とした。一部有効数字9桁を持つ別のコンピューターによる計算も試みたが、結果はほとんど同じであった。

衝撃波到達以前の状態は、 $p_0 = 1 \text{ bar}$, $u_0 = 0$, $a_0 = 340 \text{ m/sec}$ とし、 $\tau = 1.4$ とした。

入射衝撃波形は、波頭圧力 P_I のステップ関数で、 P_I を 1~9 の範囲で変化させた。このときマッハ数 M は、(27) 式から $M^2 = (6/7) P_I + 1$ となるので、空気のインピーダンス Z_0 は、 P_I によって、

$$Z_0 = \rho_0 a_0 M = \frac{7}{17} \sqrt{\frac{6}{7} P_I + 1} \quad (29)$$

のように表わされる。ただし ρ_0, a_0 は上の数値を代入したもので、 Z_0 の単位は密度を (g/cm^3)、速度を (m/sec) で表わしたものの積になっている。

壁のインピーダンス Z は、上の単位で 100~50000 の間で変化させた。

計算から、Fig. 5 の各状態点 i における p_i と u_i が順番に得られる。このうち奇数番号の点が壁を透過した状態を変わしている。状態番号 n の関数としての圧力と粒子速度を、 $p(n)$ と $u(n)$ と書くと奇数の n の点だけを結んだ形が、透過波の圧力波形、および透過波の粒子速度(同時に壁の右端の粒子速度)になる。

状態番号 n は、(7) 式の関係

$$t = n \theta \quad (30)$$

で時間 t に比例している。計算結果から上のようにして求めた透過波の $p(t), u(t)$ を作ってみると、全体のプロファイルは弾性近似のときの(16) (21) 式と似た形になる。ただし p, u が一定になるまでには、非常に大きな n ($10^3 \sim 10^4$) まで計算しなければならなかった。

弾性近似では、ステップ関数の圧力波が入射したとき、最終的な透過波の $P = p - p_0$ は、(16) 式によれば入射波の P_I に等しく、最終的な u は (21) 式により P_I / Z_0 に等しかった。

空中衝撃波の計算では、透過波の最終的な収束値を p_f, u_f とすると、これらは Fig. 5 と Fig. 6 を比較してわかるように、弾性近似のときの値からずれるはずである。その結果を Table 1 に示した。

表は入射波の P_I が 1.0, 3.5 および 9.0 の三つの場合に、壁のインピーダンス Z を変えたものである。

Table 1 Comparison of final p_f , u_f with initial p_1 , u_1 .

Z	$P_f = 1.0$		$P_f = 3.5$		$P_f = 9.0$	
	$p_1 = 2.0$ bar $u_1 = 178.2$ m/s	u_f m/s	$p_1 = 4.5$ bar $u_1 = 425.0$ m/s	u_f m/s	$p_1 = 10.0$ bar $u_1 = 740.4$ m/s	u_f m/s
100	2.00	177.3	4.58	414.2	10.7	687.5
500	2.00	177.3	4.62	415.2	11.1	696.8
1000	2.00	177.3	4.62	415.5	11.1	698.2
5000	2.00	177.3	4.62	415.7	11.2	699.3
10000	2.00	177.2	4.62	415.7	11.2	699.4
50000	2.00	176.6	4.62	415.5	11.1	699.1

上欄の p_1 , u_1 は、弾性近似から予想される透過波の最終的な p , u 値で、下の p_f , u_f は前節の計算による結果である。表からわかるように、強い衝撃波ほど p_f が大きい、ここに見られる範囲では、誤差はたかだか 10% である。

次にこうして得られた透過波形が (16) (20) 式とどの程度合致するかを、以下の方法でたしかめた。

速度波形が一般的に

$$u(t) = u_f \{1 - \exp(-t/\tau)\}$$

の形を持たば、前節の計算による $u(n)$ は、2 個の定数 u_f と N によって定まる。

$$u(n) = u_f \{1 - \exp(-t/N)\} \quad (31)$$

の関数形となるはずである。逆に $u(n)$ 波形が与えられたとき、それを (31) 式にあてはめて求めた u_f と

N が、曲線上のどの点のデータからもすべて同になるならば、その波形は厳密に (31) 式と合致することになる。

Table 1 でとりあげた各条件のときに、それを行った結果を Table 2 に示した。 $u(n)$ 式へのあてはめは、曲線上の 2 点を与えることにより u_f と N が求められる。表はそれを各条件について行った結果である。 $u(n)$ が一定値に達するまでの n が大きいものについては、曲線上の 2 箇所を 2 組の代表点をとって、別々に計算した u_f と N がどの程度合致するかを示した。表中のカッコ内の数字は、前に述べた弾性理論からの予測値で、 u_f は (20) 式の Z_0 から

$$u_f = \frac{P_f}{Z_0} \quad (32)$$

Table 2 N and u_f fitted to calculated curve (compared with predicted values).

Z	$P_f = 1.00$		$P_f = 3.50$		$P_f = 9.00$	
	N	u_f	N	u_f	N	u_f
100	68 (65)	177 (178)	27 (24)	506 (528)	18 (15)	687 (740)
500	331 341 (324)	177 179 (178)	124 (117)	508 (528)	82 (77)	696 (740)
1000	661 705 (648)	177 185 (178)	236 250 (235)	497 511 (528)	157 166 (153)	690 698 (740)
5000	3205 3284 (3240)	174 177 (178)	1127 1197 (1174)	484 508 (528)	683 795 (765)	628 699 (740)

* Digits in parentheses give the results obtained from Eqs. (32) and (33).

となり、 N は(8)式と(30)式から、

$$N = \frac{\tau}{\theta} = \frac{P_I}{P_m} \frac{Z}{Z_0} \quad (33)$$

としたものである。なお上式中の P_m は、別報³⁾で述べた式の $Z \gg Z_0$ のときの近似式、

$$\frac{P_m}{P_I} = 2 + \frac{6P_I}{P_I + 7}$$

を用いて計算した。

Table 2を見ると、計算波形から逆算した u_I と N は、曲線の場所によって異なることがわかるが、その差は極めて僅かである。またその数値も、(32)(33)式から算出したものとほとんど変わらない。従ってもしこの差を実験でたしかめようとしても（この種の実験は精度のよい測定が困難である現状もあり）、ほとんど検出できない程度の差異であるということが出来る。

5. 結 論

以上述べたように、ステップ関数の圧力波形を持つ空中衝撃波が固体壁に入射した場合、壁に与えられる速度 u は、

$$u(t) = u_I \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right\} \quad (34)$$

のように変化する。

本文ではこの現象を、最初に弾性波モデルで考えて、インピーダンス Z_0 の媒体中に、それより高いインピーダンス Z を持つ壁があるとしたとき、上式中の定数が、

$$u_I = \frac{P_I}{Z_0}, \quad \tau = \frac{Z}{Z_0} \frac{\theta}{2}$$

となることを明らかにした。ここに P_I は入射波の波

頭圧力、 θ は波が壁の厚さを通過するに要する時間である。

次いで空中衝撃波としたときには、(29)式から算出される。 Z_0 と、別報³⁾で述べた反射圧 P_m を使って

$$u_I = \frac{P_I}{Z_0}, \quad \tau = \frac{P_I}{P_m} \frac{Z}{Z_0}$$

を用いればよいことを示した。このとき(34)式は一つの近似式であるが、Table 2およびFig. 7に示したようにかなり精度のよいものである。

本文で扱ったのは、入射波が一定圧力の持続するステップ関数である。一般の圧力波形に対する結果は、弾性波モデルのときは問題が線形になるので、(4)式の微分方程式で右辺の $P(t)$ を、与えられた波頭圧力の波形として、 $u(t)$ を解けばよい。

同じ方法を空中衝撃波に対してもとることができる。ただしこれは問題を線型に還元するので、ある程度弱い衝撃波でないと成り立たぬであろうと思われる。この点については実験結果と比較してみる予定である。

文 献

- 1) 水島容二郎, 工火誌, 31, 361 (1970)
- 2) W. E. Baker, "Explosions in Air," Texas Press (1973)
- 3) 田中一三, 遠藤治行, 工火誌, 41, 239 (1980)
- 4) 須藤, 大久保, 田中, 「火薬と発破」, オーム社 (1971)
- 5) 高橋秀俊, 「線形分布定数系論」, 岩波書店 (1975)
- 6) 田中一三 工業火薬協会春季研究発表会 (1978)
- 7) 例えば, 疋田強, 工火誌, 36, 105 (1975)

Movement of Wall by Incident Blast Wave

by Kazumi TANAKA*

The movement of the wall impinged by blast wave was studied theoretically, and its equation of motion has been deduced as follows,

$$\rho L \left(\frac{du}{dt} + \frac{u}{\tau} \right) = P(t)$$

Where, $P(t)$ is the pressure on the wall, $u(t)$, ρ and L are the velocity, the density and the thickness of the wall, respectively, τ is a kind of relaxation time for movement, and its evaluation formula has been presented.

The equation above has an additional term u/τ to ordinary Newton' equation. It reveals that the movement of the wall by blast wave is influenced by both the magnitude and the duration of incident pressure profile.

(*National Chemical Laboratory for Industry, 1-1 Yatabe-cho, Tsukuba-gun, Ibaraki-ken, Japan)

ニュース

事故情報—雷管組成薬品の爆発事故

スペインヴィズカヤ社ガルダカノ工場雷管部混和工室にて、1980年7月2日午後3時20分、作業中、当日の気象、気温25℃、気圧758mmHg、湿度41%微風、雷鳴等なし。

雷管用組成薬品を盆から包装紙にうつした時爆発が起きた。

被害、作業員1名重傷、設備等被害軽微。飛散物なし。

原因は、盆を包装紙上の雷管用組成薬品に衝撃させたかあるいは、摩擦のためではないかと推定されたが、原因確立まで作業を中止し、次のとおり作業工程等を改正した。

1. 包み紙を導電性の材料に交換する。
2. 作業員防護用桶を設備その背後で作業を行う。
3. 作業を自動化する。
4. 盆の材料を耐静電材料に変える。

出典、国際火薬類事故情報交換会報告

Accident Report No. 360 (田中俊二)

事故情報—NG/Ng連続硝化工程の爆発事故

フランス、NITROCHIMIE社Cugny工場にて、1980年4月28日、午後5時40分、作業中、当日の気象、快晴、雷雨なし。

NG/Ngの連続硝化作業中(600kg/時)、工座の床面より硝酸ヒュームの発生を認めたので全員退避直後、約220kgのNG/Ngが爆発した。

被害、負傷者なし、50mの処に2重の土堤を設備するほか工場が森の中にあるため隣接建造物に対する被害軽少、爆発による破片は20~150mまで飛散。

第1回の爆発は床面下の洗浄污水溜りで起き、硝化器、分離器に伝爆した。污水溜りにNGがあったことについては原因不明。

処置、すべての工程を自動化、リモコン化した。

出典、国際火薬類事故情報交換会報告

Accident Report No. 361 (田中俊二)