

相 関 分 析 の 一 応 用 例

硝化綿製造における混酸中の水分量と硝化綿窒素量との相関

(昭和26年12月3日受理)

大 川 禎 三

(旭化成・延岡工場)

最近統計的品質管理が我国の産業界に取り入れられ各方面に盛んに利用されている。筆者は硝化綿製造作業に相関分析を試みた。硝化綿の窒素量は混酸組成、硝化温度、硝化時間等によつて決まるがその内混酸組成が最も重要である。混酸組成と硝化綿窒素量との関係については多くの研究があり、我国では千藤氏の詳細な研究がある。

ここでは現場作業管理の立場より、現場の管理図⁽¹⁾を用いて混酸の含有水分量と硝化綿の窒素量との相関を数式による精密計算法及び図式による簡便法により求め両者の結果を比較した。

1 標 本

過去4箇月間の硝化綿製造現場の混酸水分の管理図及びこれに対応する硝化綿窒素量の管理図上の50点を用いた。

管理図は1日の分析試料数が少ないため、2日分を副群とし $n=4$ で書いてある。

表1 データ・レート

No.	混酸水分 (x)	硝化綿窒素量 (y)
1	17.37 %	12.22 %
2	17.76	12.22
3	17.74	12.16
4	18.47	12.06
5	18.24	12.07
6	18.05	12.05
7	18.22	11.99
8	18.21	11.91
9	18.20	12.07
10	17.80	12.03
11	17.86	12.09
12	17.65	12.16
13	17.70	12.19
14	17.81	12.24
15	17.62	12.22
16	17.70	12.38
17	17.38	12.07
18	17.46	12.27
19	17.64	12.22
20	17.72	12.25
21	17.55	12.24
22	17.56	12.21
23	18.28	12.11
24	18.22	12.01

25	18.34	12.08
26	18.21	12.10
27	18.08	12.17
28	17.74	12.21
29	17.69	12.16
30	17.99	12.14
31	17.96	12.07
32	17.88	12.07
33	17.96	12.02
34	17.98	12.02
35	17.99	12.01
36	18.41	11.91
37	18.39	11.86
38	18.36	11.88
39	17.95	12.06
40	18.08	12.10
41	18.09	12.05
42	18.23	11.88
43	17.77	12.01
44	17.94	11.96
45	18.01	12.06
46	17.98	12.08
47	18.11	12.01
48	17.98	12.06
49	18.14	12.11
50	18.01	12.06
平均	17.949	12.196

(註) x, y はそれぞれ管理図上の点であり、 $n=4$ の平均値である。

2 数式による相関係数の算出⁽²⁾

相関係数 r は次式により表わされる。

$$r = \frac{1}{n} \sum \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \cdot \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_y} \dots\dots (1)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{\sum y_i^2}{n} - \bar{y}^2}$$

或はまた

$$r = \frac{p}{\sigma_x \cdot \sigma_y} \dots\dots (2)$$

$$p = \frac{1}{n} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

表1の各値を計算に便にするため次のように変形する。

$$\begin{aligned} X_i &= (x_i - 18.00) \times 100 \\ Y_i &= (y_i - 12.20) \times 100 \end{aligned} \quad (3)$$

このように変形した数値を用いて(2)式により r を求める。

$$\begin{aligned} \bar{X} &= -5.14, \quad \bar{Y} = -0.44 \\ \sigma_X &= 27.26, \quad \sigma_Y = 11.23 \\ p &= -229.74 \end{aligned}$$

$$\therefore r = \frac{p}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} = \frac{-229.74}{27.26 \times 11.23} = -0.742$$

相関係数の検定⁽⁴⁾：相関係数の有意水準表⁽⁵⁾より自由度 $\phi=50$, $p=0.01$ の値は 0.3541 (上記の標本では $\phi=50-2=48$ であるが表にないため $\phi=50$ を利用した。) これより

$|r| = 0.742$ は高度に有意である。即ち高度の相関がある。

3 図式簡便法による相関係数の算出⁽⁶⁾

表1のデータを図に示すと図1のようになる。

図1において x 、 y 図それぞれにメジアン線を引き、 x_i に対応する y_i が、ともに、そのメジアン線に対して同じ側にあるときは \oplus とし、異つた側にあるときは \ominus とし、その数を算えると $\oplus 13$, $\ominus 37$ とな

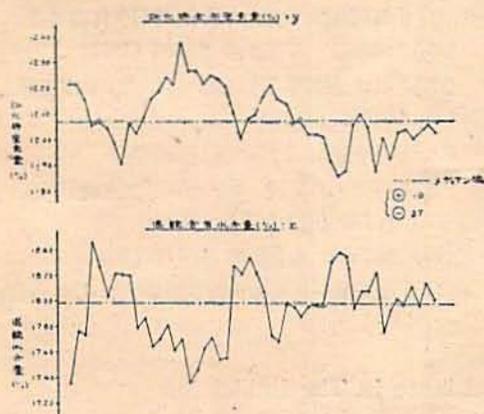


図 1

る。この (13・37) を二項確率紙 (推計紙)⁽⁷⁾ 上にプロ

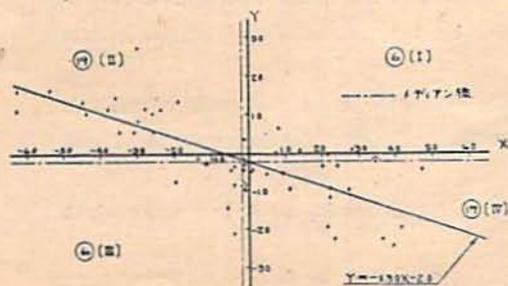


図 2

ットすると 1% 有意水準の線よりも外側にあり、高度の相関があることがわかる。

次に表1の (x_i, y_i) の各点を散布図に書き表わすと図2のようになる。

図2の散布図において、縦、横のメジアン線を引き、これらのメジアン線により区分された第I II III IV 各象限に存在する点の数を、それぞれ n_1, n_2, n_3, n_4 とすると図2では $n_1=6, n_2=19, n_3=6, n_4=19$ である。そこで

$$\lambda = \frac{n_1 + n_2}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4} = \frac{25}{50} = 0.5$$

$$X = \frac{n_2 + n_4}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4} = \frac{38}{50} = 0.76$$

この λ, X の値より図3⁽⁸⁾を用い相関係数推定値 (ρ_0) を求めると

$$\rho_0 = 0.73$$

このように図式簡便法により求めた相関係数(0.73)と数式により算出した相関係数(0.74)とはよく一致している。

4 窒素量変動に対する水分変動の寄与率⁽⁹⁾

本報文に用いた過去4箇月間の製造条件における硝化綿密素量変動に対する、混酸水分変動の寄与率は $r^2 = (0.742)^2 = 55.06\%$ である。なほ寄与率とは「 y の

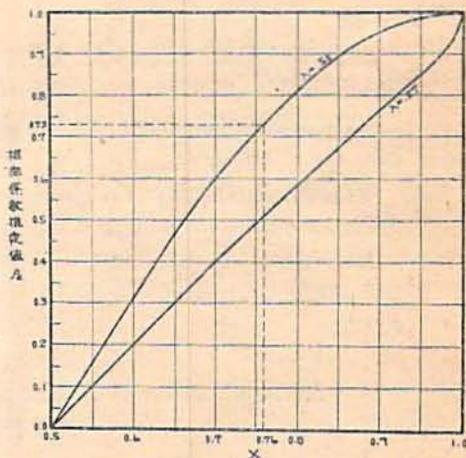


図 3. 相関係数推定図

変動の内、 $100 \times r^2 (\%)$ が x の変動からの影響で説明がつく」ということである。

5 回帰直線⁽¹⁰⁾

図2の散布図より、 X に対する Y の回帰直線を求めた。この回帰直線は最小二乗法を用いて次のように表わされる。

$$Y - \bar{Y} = r \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (X - \bar{X})$$

この式に r, σ_X, σ_Y の値を代入して回帰直線は

$$Y = -0.30X - 2.0$$

6 回帰分析⁽¹⁾

Y の総変動 $\sum(Y_i - \bar{Y})^2$ は、 X によつて誘発される部分、即ち回帰に基づくものと、最小二乗法により求めた回帰直線からの偏りによる部分との2つに分けられる。この2つのそれぞれよりの不偏分散の比を求めて、回帰線の有意性を検定するのが回帰分析である。一般に回帰分析の分散分析表は次のように表わされる。

表2 回帰分析の分散分析表

要因	平方和	自由度	不偏分散	分散比
回帰に基づく	$m^2 \sum(x_i - \bar{x})^2$	1		
回帰からの		$n-2$		
合計	$\sum(y_i - \bar{y})^2$	$n-1$		

(註) m は回帰直線の方向係数

5で求めた回帰直線 $Y = -0.30X - 2.0$ につき計算すると分散分析表は次のようになる。

表3 分散分析表

要因	平方和	自由度	不偏分散	分散比
回帰に基づく	3368	1	3368	54.5** $F_{1,48}^{0.01} = 7.19$
回帰からの	2934	48	618	
合計	6302	49		

即ち高度に有意である。

7 総括

- (1) 製造現場の管理図より混酸の水分含有量と硝化綿の窒素量との相関を、数式による計算法及び図式簡便法により求め、ともに高度の相関のあることを認めた。
- (2) 相関係数は数式計算法よりは -0.742 、図式簡便法よりは -0.73 を得た。これより図式法は簡便であつて、特に現場における相関分析の手法としては有用なものであると認められる。

(3) 相関係数は -0.742 であるから、硝化綿の窒素量の変動に対する水分変動の寄与率は $(0.742)^2 = 55.06\%$ である。これは用いたデータが管理図上の点であり、分析標本サンプリングによる誤差、現場製造操作の不均斉、その他、諸種の誤差を含むため、実験室の研究データより相関係数を求めれば、もつと大きい(絶対値が)値を得るであろう。なほ調査の結果、混酸タンクの不足が一原因であることが判明し、タンクを増設した。

(4) 回帰直線の方程式を求め、 X に対する Y の回帰として、 $Y = -0.30X - 2.0$ を得た。回帰分析を行い高度に有意であることを確めた。(昭和26年10月27日西部支部発表会にて講演)

文 献

- (1) 千藤三千造 火研報甲第125号(昭6); 繊維工業 8 210, 290 (昭7)
- (2) アメリカ規格「品質管理方式」日本規格協会(昭和25年)
- (3) 水野滋 品質管理 1 186 (1950)
- (4) 水野滋 品質管理 2 294 (1951)
- (5) 品質管理 2 No. 2 巻末附表; 統計科学研究会: 統計数値表 136頁(表の部) 33表「相関係数の有意水準」(1943) 河出書房
- (6) 水野滋 品質管理 2 403 (1951)
- (7) 増山元三郎「推計紙の使い方」日本規格協会(1951)
- (8) 品質管理 2 No. 8 巻末附図
- (9) 増山・田口訳 ホーエル「数理統計学入門」p.100 (昭和26年)
- (10) 水野滋 品質管理 1 186 (1950)
- (11) 森口繁一「初等数理統計学」p.150 (昭和25年)

An Application of Analysis of Covariance in The Production of Nitrocellulose

By Teizo Ōkawa

The correlation coefficient between the water content of the mixed acids and the nitrogen content of the nitrocelluloses was obtained by two methods, applying the points derived from the control charts.

One method is a numerical calculation by formulas and the other is a graphical method. The coefficient obtained from the former is -0.742 and from the latter -0.73 . These values are both highly "significant."

The graphical method is simple and yet gives a good result, so it is a convenient method, particularly in manufacturing factory

(Asahi Kasei K. K., Nobeoka Factory)