

ノズルレスロケットモータにおける低周波振動燃焼の理論解析

田中雅文*, 中路和法*

ノズルレスロケットモータで圧力降下中に発生する自励的低周波振動燃焼を理論的に解析した。推進薬の圧力変動に対する燃焼速度応答関数とモータの質量保存による時間遅れ要素との連成を考慮する、いわゆる L^* 振動理論で振動発生条件が明らかになった。これを利用すればノズルレスロケットモータ燃焼実験より逆に推進薬固有の応答関数を求めることができ、さらに表面反応活性化エネルギー等の推進薬燃焼特性量を推定できる。また提案された解析手法ではモータ内の燃焼速度が定常特性からずれるような場合、特性量が大きく誤差を生じることが予見された。

記号表

A	無次元パラメタ, 式(5)
a	ビエイユの式の定数, 式(1)の係数
B	無次元パラメタ, 式(6)
c^*	ノズルレスロケットモータの特性排気速度, $=\sqrt{2R_m T_c(\kappa+1)/\kappa}$
D	グレイン円孔直径
E_a	表面反応活性化エネルギー
G	モータ圧力伝達関数
L	グレイン円孔直線部の長さ
L^*	燃焼室特性長
\dot{m}	質量燃焼速度
n	圧力指数, 式(1)の指数
p	圧力
R	圧力変動に対する燃焼速度応答関数または普通 ガス定数
R_m	ガス定数
r	線燃焼速度
s	ラプラス変換の変数または感度係数
T	温度
u	χ の実数部
v	χ の虚数部
α_p	固相熱拡散率
δ	燃焼室無次元滞留時間, $=L^*C^*/[R_m T_c(\alpha_p/\bar{F}^2)]$

κ	比熱比
σ_p	燃焼速度の温度感度
χ	式(11)で定義される変数
Ω	無次元周波数, $=\omega \cdot \alpha_p/\bar{F}^2$
ω	角周波数

添字

-	定常値
'	微小擾乱値
o	初期値
s	燃焼表面
c	燃焼室

1. 緒言

ノズルレスロケットモータはインテグラルロケットラムジェットミサイルのブースタとして研究開発されている¹⁾。その基本構造は極めて単純で、円筒状の推進薬グレイン中央軸方向に長い直線状の丸型内孔があり、出口付近でテーパ状に外に拡がる形状を取る。通常のロケットモータのように耐熱材からなる固定の先細末広ノズルを持たず、燃焼ガス加速をグレイン円孔内で行う。内孔の直線部長さの直径に対する比(L/D)が十分大きければ、加速された燃焼ガスのマッハ数が1となるチョーク条件が孔の直線部終了点で達成される。モータ作動中燃焼面積が時間と共に内孔直径に比例して増大する一方、スロート面積(直線終了部の内孔面積に等しい)は直径の自乗に比例して増大するのでモータの圧力時間特性は漸減型を示す。またこのモータの燃焼室特性長(L^* =燃焼室体積/スロート面積)は、内孔直線部の長さ等に等しく、モータ燃焼中はほぼ一定に保たれる。固定スロートを持つ通常のロ

2000年12月5日受付

2001年1月30日受理

*防衛大学校 航空宇宙工学科
〒239-8686 横須賀市走水1-10-20

TEL 0468-41-3810 (内)2581

FAX 0468-44-5904

E-mail tanaka@cc.nda.ac.jp

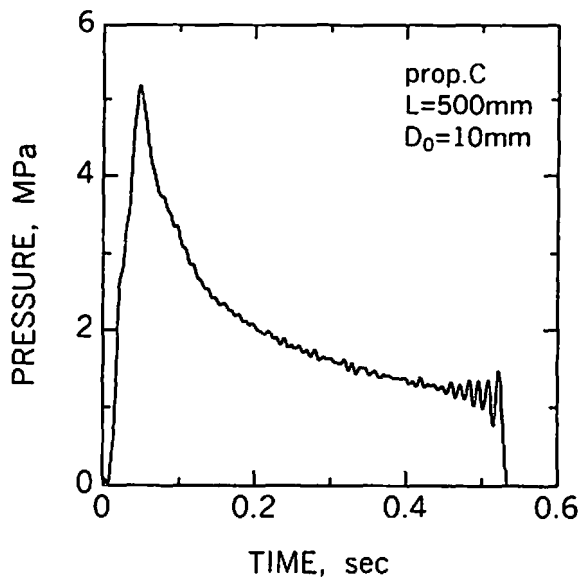


Fig. 1 Pressure-time history of a nozzleless rocket motor

ケットモータでは L^* が時間と共に増大することと対照的である。

実用ノズルレスロケットモータでは、高燃焼速度の推進薬を用い、スライバが残らないように高圧力下で燃焼させる。しかしながら、低燃焼速度の推進薬を用いたり、モータ寸法が小さい場合には推進薬が燃え尽きる前に低周波振動燃焼を起す²⁾。圧力時間曲線の実際例を Fig. 1 に示す。振動開始圧力はチョーク条件圧力よりもかなり高く、周波数も低いことから、この現象はモータ燃焼室内で起こる全体モードの L^* 振動と考えられる。こうしたノズルレスロケットモータの燃焼特性を利用すれば、通常の L^* バーナと異なった、実験的な低周波特性解析方法を確立することが期待できる。

L^* 振動の理論として、推進薬固有の圧力変動に対する燃焼速度の応答関数と、モータ内の質量保存から導出される時間遅れ要素の応答関数とのカップリングにより、ある条件で燃焼が不安定になることが古くから知られている³⁾。この理論に基づき本研究では、はじめにノズルレスロケットモータが作動中に低周波振動燃焼に陥ることを例証する。次に推進薬燃焼特性量、例えば燃焼速度、燃焼速度の温度感度、表面反応活性化エネルギー等がモータの燃焼振動特性に及ぼす影響を与えるかを調査し、ノズルレスロケットモータを振動燃焼器に適用する実験手法を提案する。またこの適用の際にどのような点に留意すべきかの指針を明らかにすることを目的とする。

2. L^* 振動理論

固体推進薬が定常的に燃焼する際、燃焼速度は、周

囲圧力に依存する、いわゆるピエエユの式：

$$\dot{r} = a\bar{p}^n \quad (1)$$

で表現できる。しかしながら圧力変動が急激な際には、燃焼速度に応答遅れが現れる。圧力微小擾乱に対する燃焼速度応答関数は次式で定義される。

$$R = \frac{\dot{m}'/\bar{m}}{p'/\bar{p}} = \frac{r'/\bar{r}}{p'/\bar{p}} \quad (2)$$

数多くの応答関数の理論式が提唱されているが、その多くは、推進薬固相を均質とみなし、気相では、化学反応に圧力応答遅れのない準定常状態の一次元火炎が形成されることを仮定している。このいわゆる QSHOD (quasi-steady, homogeneous, one-dimensional) モデルに基づく火炎構造から得られる固相表面への熱フィードバックと一連の保存式から導出した応答関数は次式の形で表される⁴⁾。

$$R = \frac{nAB}{\chi + A/\chi - (A+1) + AB} \quad (3)$$

ここで χ は Ω を無次元周波数として次式を満たす。

$$\chi^2 - \chi - i\Omega = 0 \quad (4)$$

多くの研究者はパラメータ A, B を次式のように推進薬の燃焼特性量と関係付けている⁵⁾。

$$A = \frac{E_a}{RT_s^2} (T_s - T_0) \quad (5)$$

$$B = \frac{1}{\sigma_p (T_s - T_0)} \quad (6)$$

スロートを持つ固体ロケットモータ内で推進薬を燃焼させる場合、燃焼速度の微小変動に対する圧力の応答関数を質量保存式から導出でき、これは次の一次遅れ要素で表される。

$$G = \frac{p'/\bar{p}}{\dot{m}'/\bar{m}} = \frac{p'/\bar{p}}{r'/\bar{r}} = \frac{1}{1 + \delta s} \quad (7)$$

ここで δ は燃焼室での燃焼ガス無次元滞留時間を表し、周波数応答に関しては $s = i\Omega$ である。

式(7)が、ノズルレスロケットモータにも適用可能であることを示そう。例えば、断面積一定の内孔に沿う一次元定常流れを仮定して流れ場を計算すると、燃焼ガスの加速は出口近くの内孔長の約3分の1を占める下流域で行われ、圧力降下もこの領域に限られる⁶⁾。さらに圧力降下の燃焼速度に及ぼす影響は、ガス流速増大による浸食燃焼の影響と互いに打ち消しあう方向にあるので、円孔内の燃焼面はモータ前端部の

燃焼速度で一様に後退すると仮定してよからう。この仮定下で質量保存式を考えると式(7)と同様の式が得られる。ただし特性排気速度 c^* は通常の固定スロートを持つモータの c^* を修正した値(記号表参照)を用いる必要がある⁶⁾。

モータ燃焼室内で起こる質量変動は伝達関数 G を通じて圧力変動を引き起こし、圧力変動は伝達関数 R を通じて質量変動を引き起こすので、これら2つの伝達関数は正のフィードバック回路を構成することになる³⁾。安定中立条件は閉ループ伝達関数の分母を零とおいて次式で与えられる。

$$1 - RG = 0 \quad (8)$$

式(3), (7)を用いれば、この条件は実部虚部とも零と置いて、次式で表現できる。

$$A = \frac{\Omega \{ \Omega^2 \delta^2 u - \Omega \delta n v + (1-n)u \}}{v \{ \Omega^2 \delta^2 - 2\Omega \delta n v + (1-n) \}} \quad (9)$$

$$B = \frac{-(1 + \Omega^2 \delta^2)(1-u)}{(\Omega^2 \delta^2 + 1-n)u - \Omega \delta n v} \quad (10)$$

ここで u, v は実数で、次の形式をとる。

$$x = u + iv \quad (11)$$

$$u = \frac{1}{2} + \frac{\{(1 + 16\Omega^2)^{1/2} + 1\}^{1/2}}{2\sqrt{2}} \quad (12)$$

$$v = \frac{\{(1 + 16\Omega^2)^{1/2} - 1\}^{1/2}}{2\sqrt{2}} \quad (13)$$

いま推進薬が無次元滞留時間 δ を持つモータ内で燃焼している場合を考える。AB平面上を考えると推進薬自身の燃焼状態から式(5), (6)より点(A, B)が決まる。一方与えられた δ を固定し、 Ω をパラメタとして変化させると式(9), (10)よりAB平面上に曲線が描ける。式(8)の s の解の実部の符号を調べることで、曲線で分割される領域の片方が解の安定領域で、もう一方が不安定領域となる。すなわち、先に求めた燃焼状態点(A, B)がこの曲線で分けられる領域のどちら側に属するかにより、モータの安定不安定が決まる。

3. 結果及び考察

3.1 安定領域と状態点

δ を一定にして Ω をパラメタとして変化させた際の安定中立条件を太い実線(安定中立線)で Fig. 2 に示す。細い実線はパラメタ Ω の等高線である。ここでは圧力指数 n を 0.506 とした。無次元滞留時間 δ を持つモータ内で推進薬が安定に燃焼する条件は燃焼状態点

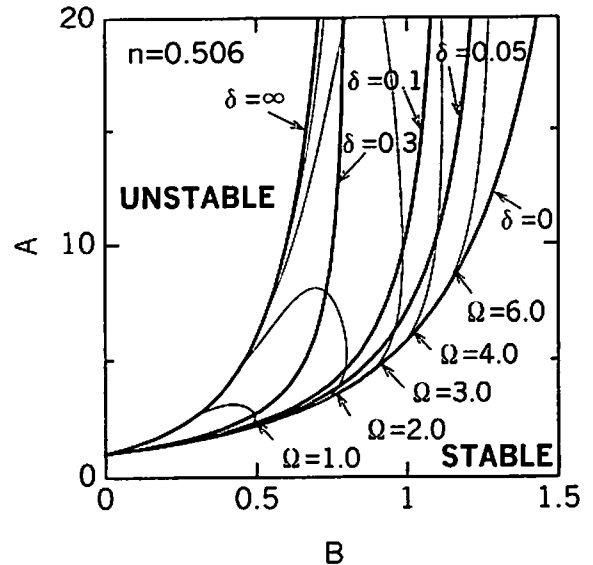


Fig. 2 Stability map

(A, B) が対応する太い実線の右側に位置することである。図より δ の値が小さくなるにつれ AB 平面で安定領域が小さくなっていくことがわかる。また $\delta \rightarrow \infty$ の極限では

$$A = \frac{1+B}{(1-B)^2} \quad (14)$$

となる。これは式(3)の分母を零とおいた場合と等しく、推進薬自身の固有不安定の境界を表わす。

ある推進薬が圧力によらず一定の σ_p 及び E_s を持つと仮定する。ノズルレスロケットモータのように圧力が徐々に変わるモータ内でこの推進薬の燃焼状態は AB 平面上で表面温度をパラメタとして Fig. 3 のように太い曲線で表わされる(実線: $\sigma_p = 0.3\%/K$, 破線: $\sigma_p = 0.2\%/K$, 細い鉛直線: 等温線)。通常圧力が下がると、燃焼速度の降下を伴って、表面温度が下がって、状態点は太い実線上を左から右に動く。他方 Fig. 2 の安定図では、モータ燃焼室無次元滞留時間 δ が燃焼速度の自乗に比例しているため、安定中立線も圧力減少中に左から右へ移動する。圧力が低下する際、状態点が安定中立線のどちら側にあるか、によってモータの燃焼安定性が決まることになる。

具体例として推進薬の燃焼特性量を Table 1 のように取り、内孔直線部長さ 50 cm のモータで計算すると、圧力をパラメタとして、燃焼中の状態点(破線)と安定中立線(実線)の関係が Fig. 4 のように得られる。圧力が高い時は燃焼状態点が対応する中立線の右側にあり安定を示すが、圧力が低くなると状態点は中立線の左側になり不安定に陥ることがわかる。この計算例では 1.3 MPa で周波数 66 Hz の振動を開始する。

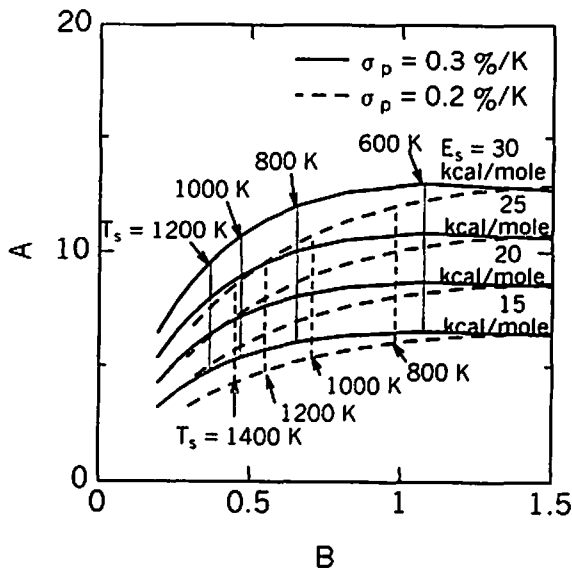


Fig. 3 Combustion state lines

Table 1 Assumed propellant combustion properties

molecular mass of combustion gas	22.0×10^{-3} kg/mole
κ	1.24
T_f	2352.5 K
α_p	0.8×10^{-7} m ² /sec
burning rate, r	$3.2826 \times 10^{-6} \cdot p^{0.506}$ m/sec, ([p]=Pa)
σ_p	0.25%/K
E_s	20 kcal/mole
T_s at 0.1 MPa	700 K

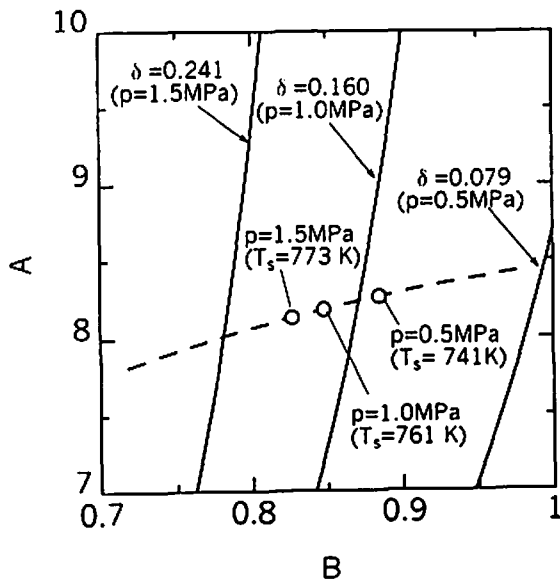


Fig. 4 Relation between combustion states (broken line) and stability neutral lines (solid lines)

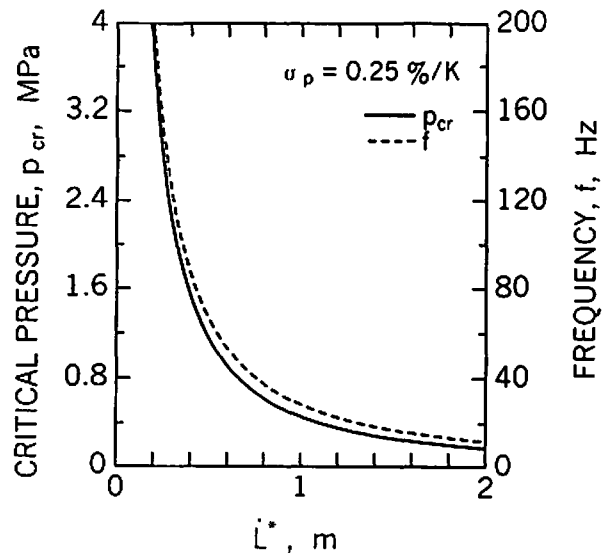


Fig. 5 Critical pressure and oscillation frequency with various L^*

同じ計算パラメタを与えてノズルレスロケットモータの長さ、すなわち L^* を変化させたときの振動開始圧力(臨界圧力)と周波数を Fig. 5 に示す。両者とも、通常 L^* パーナでも見られるように、 L^* の増加と共に減少する傾向を持つことがわかる。

3. 2 実験への適用

ストランド燃焼実験により燃焼速度の圧力特性(式(1)), 温度感度 σ_p が既知の推進薬をノズルレスロケットモータで燃焼させることを考える。推進薬のウェブ厚さが十分であれば、Fig. 1 のようにある圧力で、ある周波数の振動を開始する。振動開始点は理論的には安定図上の安定中立線上に位置すると考えられるので無次元パラメタ δ , Ω を求めることにより、安定中立線上の一点が決まる。すなわち縦軸横軸の A, B の値より応答関数(式(3))を推定できる。また同時に燃焼状態パラメタ式(5), (6)より燃焼特性量 E_s , T_s の推算も可能である。あるいは燃焼速度の圧力特性と表面反応活性化エネルギー E_s が既知の推進薬に対しては同様の手続きで σ_p を推定できる。ただしこれらの手続きでは燃焼速度の圧力応答関数式(3)が正しいことを前提としている。逆にいえば実験により式(3)の妥当性を吟味できよう。

この手法では、例えば特性量 E_s , T_s を推定する際に、別の実験による測定値として σ_p を予め与える。しかしながら、現実の燃焼速度の温度感度は圧力、初期温度等に依存して変化すると共に、測定値自体がある程度の誤差を含んでいる。計算入力パラメタの情報不足もしくは測定誤差が E_s , T_s 等の推定値に与える影響を感度解析し、Fig. 6 に示す。ここでは入力 X が

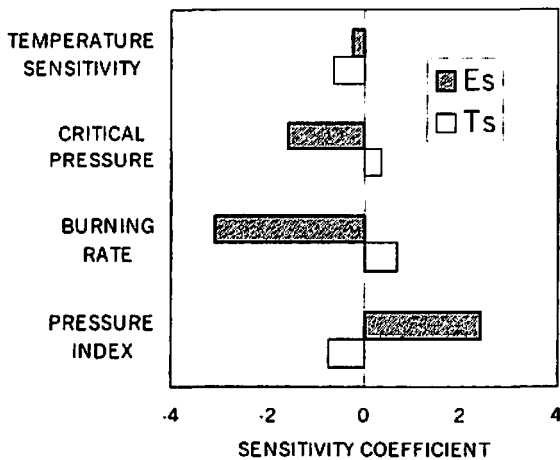


Fig. 6 Effect of input parameters

出力Yにどれだけ影響するかを無次元感度係数 s として次式で求めている。

$$s = \frac{X}{Y} \left(\frac{\partial Y}{\partial X} \right) \quad (15)$$

図では入力パラメタに定常燃焼速度、圧力指数を含めてある。これらはストランド燃焼実験の測定誤差というよりも、ノズルレスロケットモータに静的圧力特性を当てはめることによる誤謬の可能性を考慮したためである。

図によれば温度感度が表面反応活性化エネルギーの推定に対して-0.24の無次元感度を持つ。このことは温度感度が例えば0.25%/Kから0.3%/Kになった時、この+20%の違いが、 E_a としては-4.8%になって現れるということを表わす。またFig. 1に示される臨界圧力は読み取りに誤差が生じそうであるが、10%の読み取り誤差が16%の E_a の減少となることを図は示している。ストランドで測定した燃焼速度がノズルレスロケットモータ内のそれと異なっていた場合の E_a に与える影響はここでは一番大きく、10%高い燃焼速度の評価誤差が31%の E_a の減少となる。また圧力指数

も大きく影響することがわかる。

4. 結 言

- (1) 一般的によく引用される理論的応答関数に基づいた L^* 振動理論を用いると、ノズルレスロケットモータが圧力減少中に低周波不安定燃焼を起すことが燃焼安定図を用いて予見できる。
- (2) 典型的な推進薬燃焼特性量を与えると周波数40～160Hzの全体モード振動が、 L^* 80～30cmのノズルレスロケットモータで実現できることが期待できる。
- (3) 燃焼速度の圧力特性や温度感度の予めわかっている推進薬をノズルレスロケットモータ形式で燃焼実験し、振動開始条件と振動周波数を測るにより、燃焼安定図から応答関数を推定できる。さらに燃焼表面温度、表面反応活性化エネルギー等を理論的に求めることができる。
- (4) 提案した実験手法では定常状態の燃焼速度と圧力指数でノズルレスロケットモータ内の燃焼速度特性を評価するが、この評価誤差が表面活性化エネルギー等の推定に大きく影響する。

文 献

- 1) I. M. Procinsky, C. A. McHale, *Journal of Spacecraft and Rocket*, 18, 193 (1981)
- 2) M. Tanaka, K. Nakaji, *Proceedings of the Twenty-Third International Pyrotechnics Seminar*, 912 (1997)
- 3) R. Akiba, M. Tanno, *Proceedings of the First Symposium (International) on Rockets and Astronautics*, 74 (1959)
- 4) F. E. C. Culick, *AIAA Journal*, 6, 2241 (1968)
- 5) R. W. Hart, R. A. Farrell, R. H. Cantrell, *Combustion and Flame*, 10, 367 (1966)
- 6) 奥原元, *工業火薬*, 48, 85 (1987)

A theoretical analysis of low-frequency oscillatory combustion in a nozzleless rocket motor

Masafumi TANAKA*, and Kazunori NAKAJI*

A self-excited low-frequency oscillatory combustion was analyzed theoretically, which occurred during the pressure decay in a nozzleless rocket motor. Based on the L^* oscillation theory in which a stability of a closed-loop model of a pressure-coupled response function of a propellant burning rate and a time delay factor of a motor mass conservation was examined, critical conditions of the oscillation were clarified. Conversely, with the analytical results obtained, combustion experiments of nozzleless rocket motors could determine the combustion response function, and supply the information of the propellant burning properties, such as an activation energy of surface decomposition, etc. It should be noted that, in a case that a burning rate characteristic in the motor deviates from the steady-state one, predicting combustion properties would produce some errors.

(*Dept. of Aerospace Engineering, National Defense Academy, 1-10-20 Hashirimizu, Yokosuka 239-8686, JAPAN)