研究論文

感度試験法に関する一考察

田中一三*，中山良男*，生沼仙三*

落鎚試験をはじめとする感度試験法では，発火確率が1/6 となるような点を求めることを目的としている。このような統計的現象を対象にした場合，測定結果は試験の実施順序の影響を受ける，本報では，現在実施されている手順を含めたいろいろな手順について，コンピュータによるシミュレーション実験を行い，各手順の持つ特性を明らかにするとともに，もっとも望ましいと思われる手順を提唱した。

1. 緒言

落鎚感度，摩擦感度をはじめとする感度試験は，試験法の標準化が大変むつかしい。その理由の一つは，発火・起爆というのが統計的な現象であり，厳密な意味での再現性が得られないことにある。そしてもう一つは，それから派生して，試験の結果が実施順序の影響を受ける点にある。

落鎚試験を例にとると，ある落高xでの発火確率が1/6 であるかどうかを知るためには，少なくともそこで6回の試験が必要である。その場合，同じxでの試験を続けざまに行うか，あるいはアップダウン法として知られている方法のように，前の結果によって落高を上げ下げするか，また両者の折衷法をとるか，いろいろなやり方が考えられる。

こうした場合，試験の手順が試験結果にどの程度の影響を及ぼすか，また能率的な試験の手順とはどんなものかについて，われわれはコンピュータによるシミュレーション実験を行ってみた。本文はそのまとめである。

2. シミュレーション実験について

ほかの感度試験も考え方は同じなので，ここでは落鎚試験を例にとる。その場合，試料の発火確率Pは，加えられたエネルギーのパラメータであるハンマーの落高xを横軸にとって，Fig. 1 のようなS字型曲線であらわされる。感度試験の成績としては，曲線P（x）の全体がわかれば申し分ないが，これを試験で求めようとすると膨大な実験回数が必要になる。そこで実際の試験では，曲線上の代表的な1点として，Pが1/6 になる落高（1/6 爆点），または1/2 になる落高（1/2 爆点）を求めてよしとする[1]。本文で明らかにするように，1/6 爆点の決定より，1/2 爆点の決定の方が容易である。しかしJIS 試験をはじめ，実用の面で1/6 爆点の方が重視されているのは，それがより安全サイドのデータだからであろう。

感度試験とは，試料の正確な感度曲線P（x）を知らないまま，いろいろな落高xを与えてみて，得られる発火，不発火の応答（それも確定的でない統計的な）をたよりに，曲線のプロフィルを想定し，1/6 爆点を探す作業である。ここでは，できるだけ正確にまた早く結果（1/6 爆点）を求めるための「手順」について考える。すなわち試験機と担当者の操作技術は，十分信頼が置けるものとする。

一般的に感度試験の手順は，つぎの三つのポイントを抑えることできまるであろう。

（1）試験開始点の x_0 をどこにするか。

（2）ある x において，発火（○），不発火（×）の情報が得られたあと，つぎに試行するXをどのように決めるか。

（3）どのような状態が得られたとき試験をやめるか。そのときの1/6 爆点にあたる $x_{1/6}$ の決定法をどうするか。

ここではいろいろ考えられる手順の中で，どれが良いかを実験によるテストで調べてみることにした。実験といっても，実際の感度試験の代わりに，それと同じ役割をするものによる模擬実験である。われわれはコンピュータを使ったシミュレーションでそれを行った。

シミュレーションでは，落高xをインプットすると，そこでの発火確率に応じて発火，不発火の応答をするようなものを作った。これをコンピュータプログラムの一部として実現するには，0と1との間の一様な乱数Rを発生させ，与えられた落高xに対する発火確率

昭和61年10月17日受理
*化学技術研究所 保安環境化学部
〒305 茨城県筑波郡谷田部町東 1—1
TEL 0298-54-4792

P（x）と比較して，RがP（x）より大きいか小さいかによって，発火，不発火をアウトプットすればよい。これに対し手順の方も，上の（1）（2）（3）にもとづいた具体的なルーチンをプログラム化した。

こうして二つのプログラムを組み合わせた感度試験のコンピュータシミュレーションにより，各手順の特徴や，どのような手順を選べば最も正確に，また最も少ない試行回数で1/6 爆点を与えられるか，などを検討した。コンピュータには，日本電気製 PC-9801 を使った。

最初にコンピュータに，Fig. 1 のような感度曲線を憶え込ませなければならない。この曲線を特性付けるものは，変曲点のX座標とS字部分の広がりである。これらをパラメータμおよびσとして含むものとして，正規分布曲線を積分した誤差関数，

$$P(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x}\exp\left[-\frac{(\lambda-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]d\lambda \quad (1)$$

を用いることとした。そして以下のシミュレーションにおいては，特にことわらない限り式中のパラメータにはμ（平均値）=50，σ（標準偏差）=5を用いた。感度曲線に即して言えば，1/2 爆点はx=50であり，1/6爆点にあたるxは，45.16 となる。

3. シミュレーションの結果

3.1 一括法の場合

1/6 爆点を求めるという目的に対して考えられる最も素朴な試験の手順は，同じxで連続6回の試験を行って，そのうち1回だけ発火するような点を求めるものである。これを一括法と呼ぶことにする。具体的な手順はつぎのように書ける。

一括法

ある落高 x_0 から始めて常に6回1組の試験を行い，そこでの発火確率が0/6 であった場合は，xをΔxだけ増してつぎの6回の試験をする。つぎも0/6 であればxをΔx 増して繰り返すが，1/6 以上になったらそこを1/6 爆点とみなして終了する。

逆に x_0 での発火確率 2/6 以上であれば xをΔxずつ減らして行く。確率1/6 のときもxをΔx 減らしてつぎの試験を行い，確率0/6 になったら終了して一つの上のX（確率1/6 以上であった）を1/6 爆点とする。

この手順でΔx =1 としたときの，シミュレーション実験の結果をFig. 2 にまとめた。

最初の落高 x_0 を固定して，上の手順で1/6 爆点を求める実験を500 回くりかえした。その結果を整理して，落高xが1/6 爆点として得られた回数n（x）の

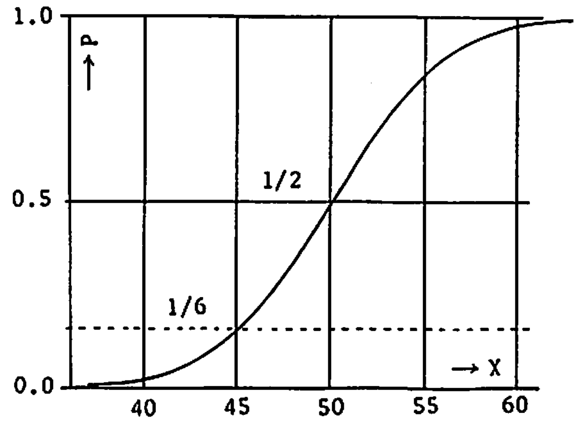

Fig. 1 A sensitivity probability curve used in the simulation.

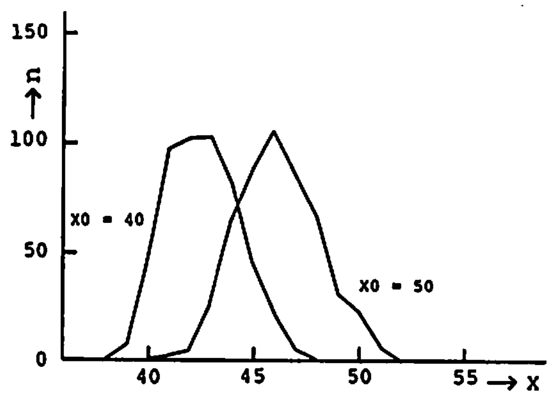

Fig. 2 Frequency distributions of obtained 1/6 points by the six shots process.

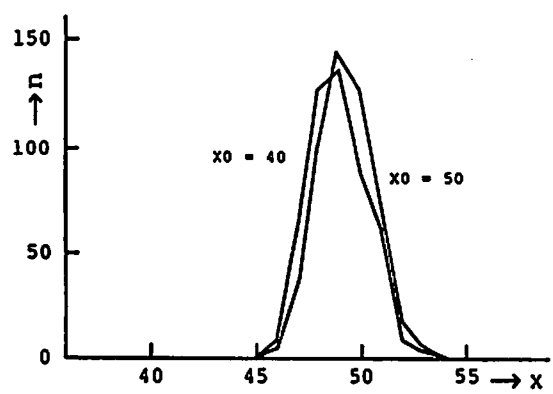

Fig. 3 Frequency distributions of results by the up and down method.

分布を求めた。図はこうした度数分布を，出発点のx_0を40にとったときと，50にとったときとについて図示したものである。(1)式のところで述べたように，コンピュータに記憶させた感度曲線の1/6爆点は，$x_{1/6}=45.16$であった。したがって実験結果も，この位置にピークを持つ分布の得られることが望ましいが，図からわかるように，出発点x_0の位置を変えた二種類の分布では明らかに差が生じている。x_0を40にとったものは，真の1/6爆点よりはるかに低い所に出現率のピークがあることがわかる。

このずれの理由は，つぎのように考えられる。あるXでの発火確率がP(x)であるとき，実際に6回の試行で1回だけ発火する確率$P_{1/6}(x)$は，

$$P_{1/6}(x)=6P(x)\ (1-P(x))^5 \qquad (2)$$

で与えられる。この値は，$P(x)=1/6$を満足するxで最大値をとるが，その前後でも決して0ではない。上に述べた一括法で，出発点のx_0が小さいところから始めてxを1ずつ増しながら，$x=x_k$で1/6爆点が得られる確率$p_{1/6}(x_k)$を考えてみると，それは$x=x_0$からx_{k-1}までは不発火で，$x=x_k$で始めて発火する場合であるから，そのようなことが起こる確率は，

$$p_{1/6}(x_k)=Q(x_0)Q(x_1)\cdots Q(x_{k-1})P_{1/6}(x_k) \qquad (3)$$

となる。ここに，

$$Q(x)=(1-P_{1/6}(x))^6 \qquad (4)$$

である。Fig. 2の度数分布は，上の(3)式の分布にほかならない。事実この2つの分布はよく一致している。真の1/6爆点からずれたところに実験値が集まる傾向は，(3)式の項数kが多くなるほど著しい。言いかえれば，Fig. 1のS字曲線の広がりが大きく，xの幅Δxの小さいものほど著しい。(3)式の項の数は，$\sigma/\Delta x$に比例するからである。

3.2 アップダウン法の特徴

上に述べた一括法は，一つの理想的な手法で，実際にはショット数が多くなるという意味で実用的ではない。それに対して，アップダウン法はこうした試験における一つの規準を作っている。

アップダウン法

これはよく知られた方法で，発火のときはxをΔxだけ減らし，不発火のときはxをΔxだけ増してつぎの試験をするというものである。ただこの規準だけではいつ試験をやめたらよいかわからないので，やめるときの条件は別に考える必要がある。どこかのxで，発火確率が1/6になったらやめればよいのであるが，6回の試行でちょうど1回だけ発火というような結果がいつも得られるとは限らない。このシミュレーションでは，つぎのような便法をとった。

最初の6回が不発火であるようなxで，7回目の試験に入ったとする。この場合には，前の方のデータを切り捨てて，最新の6個のデータのみで判断する。こうすると6回不発の後でも，7回目の試験で発火すれば，その点を1/6爆点として試験を終えることができる。現象は確率的なものであるから，この方法が間違った手順ではない。こうした判定条件を使って，先と同じ感度曲線を使って，コンピュータシミュレーシ

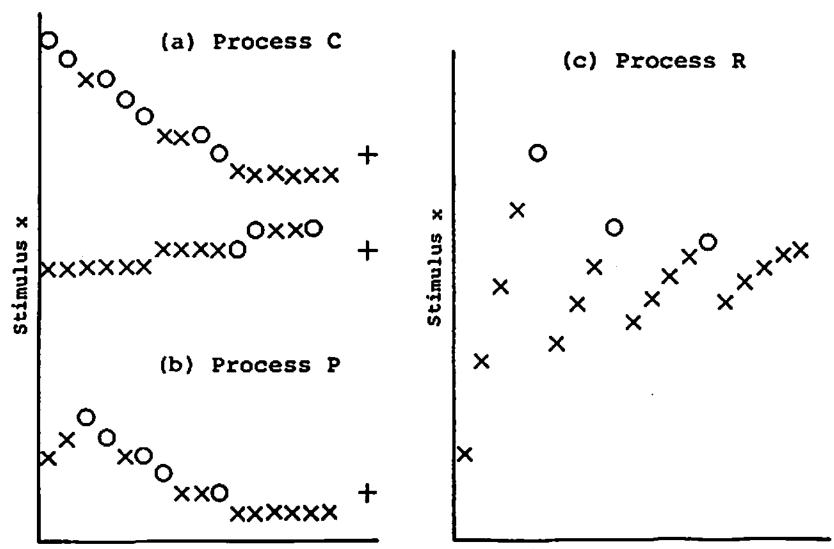

Fig. 4 Some practical processes.

ン行ってみた。

その結果を Fig. 3 に示した。図はやはり2種類の出発点 x_0＝40 と 50 のときの，それぞれ 500 回の試験の度数分布である。この場合は，得られる 1/6 爆点が出発点 x_0 の大小にかかわらず，真の値よりも大きくなる傾向がある。

アップダウン法におけるこうしたずれは，この方法の持つ本質的なものである。つまり発火すれば x を下げ，不発火であれば上げるという操作は，上下の幅△xが同じであると，試験の行われる場を確率 1/2 のところへ収束させようとする効果がある。そのため結果が 1/2 爆点の方へずれる。この効果は 1/2 爆点を求めるときには好ましいが，1/6 爆点のときは妨げになる。

3.3 実際手順の例

1/6 爆点を求めるために，最も直截的でわかりやすいのは，前に書いた一括法である。それを修正して無駄な手順を省いたかたちで現在行われている代表的な手順は，つぎのようなものである[2)]

手順C (Complete method)

これは Fig. 4 (a) のような手順で，開始点 x_0 が 1/6 爆点より低いか高いかによって二つのコースに分かれる。開始点の x_0 が低いときには6回ずつの試験を行い，発火確率が 0/6 または 1/6 であったら x を Δx だけ増してつぎの試験を行う。そして 2/6 以上が出たら，そのひとつ手前の x を 1/6 爆点として（図には＋マークを記した）試験を終える。開始点の x_0 が高いときには，発火確率 2/6 以上では x を Δx だけ減らし，確率 1/6 以下の点が得られたらやめる。最後の試験を行ったときの x を 1/6 爆点とする。

手順P (Partial method)

この方法では，開始点の x_0 が低いとき，原則的には不発火でも x を Δx だけ増す。発火したら x を Δx だけ減らす。したがってアップダウン法と似ているが，不発火のとき，本来なら x を Δx 増してつぎの試験をすべきところ，増した点ですでに2回以上に発火しているときは，x を変えないで同じ点でつぎの試験をする。こうして発火確率 0/6 の点に到達するまで試験を続け，0/6 が得られたらその一つ上の x を 1/6 爆点とする。開始点の x_0 が高いときも，同じ規準で行う。その様子を Fig. 4 (b) に図示した。

落錘試験では，通常落高 x の刻み Δx に最小単位があり，それ以上細かく x を変化させることはしない。Δx を無限に細かくして，連続的に x が変えられることを前提とした手順に，つぎの方法がある[3)]

手順R (Robins-Monro method)

この方法はアップダウン法に似ているが，x を上下するときの幅，Δx を絶えず変化させるところに特徴がある。基本的には試験が進むにつれて刻み幅はだんだん小さくなる。また目標とする確率が 1/2 より大きいか小さいかによって，上下の幅は同じでなく，これによってアップダウン法の欠点である確率 1/2 への収束を避けている。Fig. 4 (c) には，確率 1/6 の点を求めるときの過程をモデル的に図示した。この方法では試験をやめるときの規準が特にきまっていないが，図からわかるように試験が進むにつれて，x が求める確率の点に収束する。したがって，ある回数の試験を行って最後の x を 1/6 爆点とする，といった使い方ができる。この方法は Δx が有限の場合には使えないが，強いて適用すると，不発火のときの Δx がだんだん小さくなり，それを切り捨てると，最終的には手順Cに似た方法になる。

火薬類の試験法では，Δx が有限の場合のみを扱っているので，この報告でも手順Rについてはこれ以上触れない。

3.4 手順 C と 手順 P

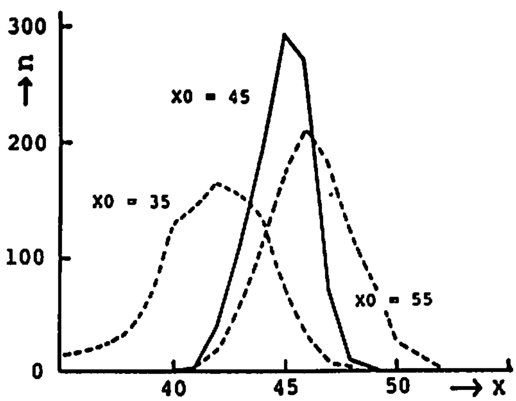

Fig. 5 Results by the process C.

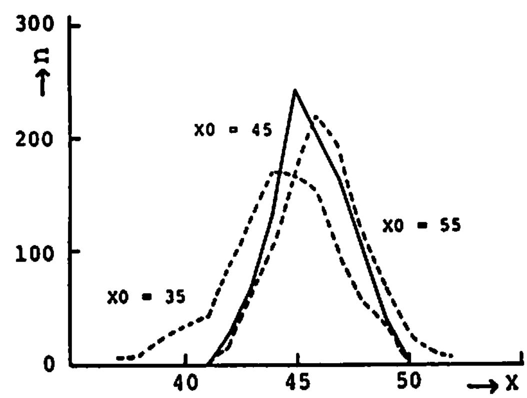

Fig. 6 Results by the process P.

前に述べた手順Cと手順Pについて，Fig. 1 の確率曲線に基づくコンピュータシミュレーションの結果を，Fig. 5 および Fig. 6 に示した。どちらも出発点を35, 40, 45, 50 および 55 にとったときの試験を 1000 回ずつ行った。図はその中でx_0=35, 45 および 55 の結果を，度数分布のヒストグラムで表したものである。

Fig. 5 の手順Cでは，原理は一括法と同じで，ただ目的を 1/6 爆点の決定に絞って無駄なテストを省くようにしたものである。したがって得られる 1/6 爆点は，一括法と同じ傾向を持つはずで，図の結果もそれを裏付けている。図で x_0=45 の場合は，度数分布のピークは真の値 $x_{1/6}$=45.16 とほぼ一致しているが，x_0=35 および x_0=55 の場合は，それぞれの真の値より小さい方，および大きい方にずれている。

Fig. 6 の手順Pは，出発点の影響を受ける度合が，手順Cほど著しくはない。それはこの方法が，一括法よりもアップダウン法に近いためと思われる。そして純粋のアップダウン法であれば，得られる値は確率1/2 の方向にずれるのであるが，ここでは不発火であってもすぐに xを増すことをしない等の修正を加えることで，かなり精度の良い結果を得ている。ここでも結果が出発点の方向にずれる傾向がある。

3.5　試験手順の修正

上に述べたことから見ると，試験結果が出発点の影響を受けるのはなかなか避けられないことのように思われる。これを無くする方法はただひとつ，試験をいつも同じ方向（1/6 爆点より大きい方，または小さい方）から始めることである。そこでつぎのような方法を考えた。

1/6 爆点を求めるときの接近方向を同じにするため，最初に 1/2 爆点の概算値を求め，つぎにここを出発点として 1/6 爆点を求めるという 2 段がまえの手順を取り上げてみた。この方法によれば，xは常に大きい方（1/2 爆点）から 1/6 爆点に接近することになる。その代わりいったん 1/2 爆点を求めるという余分の過程を経ることになるが，1/2 爆点の決定は前述のように 1/6 爆点の場合より容易であり，またこの過程はそれほど正確である必要はない。これにより，つぎのような手順のシミュレーションを行ってみた。

手順M（Modified method）

任意のXから出発して，発火，不発火にしたがってxを 1 ずつ上下させるアップダウン法で，まず 1/2 爆点（2回の試行で 1 回だけ発火するX）を求める。そこを出発点として，以後 1/6 爆点を求める手順に切り替える。1/6 爆点の決定には手順Pを用いる。

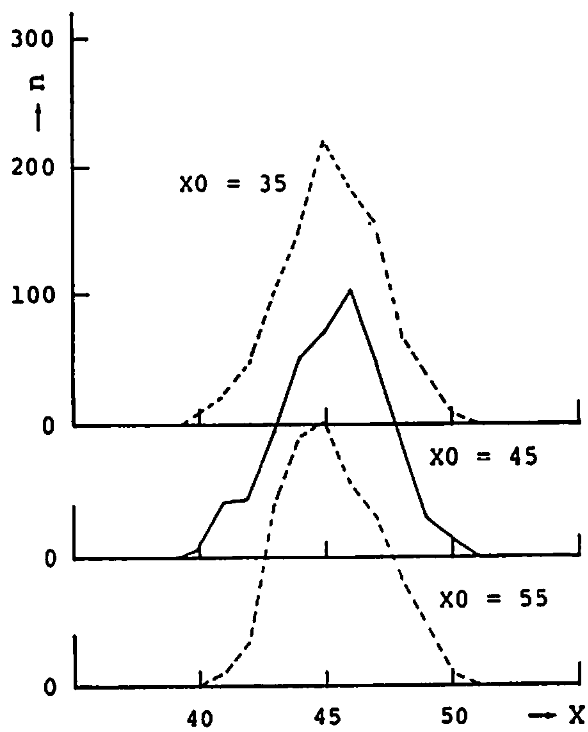

Fig. 7　Results by the process M.

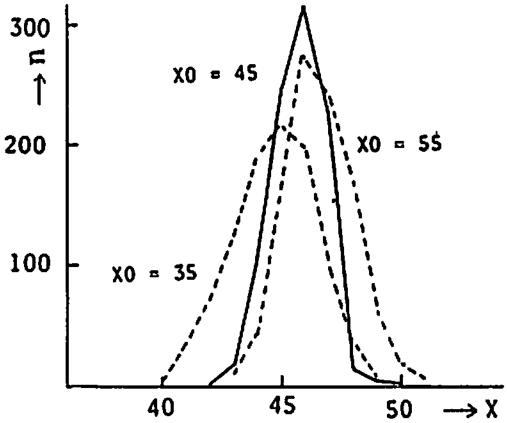

Fig. 8 Results by the process D.

この場合の結果を，やはり1000回の結果の度数分布に描くとFig.7のようになった。この場合は，x_0 = 35, 45および55による分布曲線にほとんど差がない（重なってしまうので，図には三つの曲線を別々に描いた)。したがってこの方法は，1/6爆点を求めるという目的には，精度的に優れているといえよう。

この方法で，最初に求める1/2爆点の精度はあまり重要ではない。Fig.7には2回の試行で1回の発火で1/2爆点を求めたが，これを4回の試行で2回の発火というかたちに精度を上げても，得られる度数分布に大きな差は見られなかった。

結果のばらつきを小さくすることだけを目的にした場合は，もっと良い方法がある。手数がかかるので実用的ではないが，参考のために書くとつぎの方法である。

手順D（Doubled method）

何等かの方法で1/6爆点$x_{1/6}$を求める。そして得られた$x_{1/6}$を出発点として再度1/6爆点を求める。そのあと2つの1/6爆点の平均値を以て得られた結果とする。

1/6爆点を求めるには手順Pを使うことにして，上の方法で得られた結果をFig.8に示した。多少出発点の影響を受けているが，度数分布曲線の幅が狭い点では非常に優れている。しかしこの方法は，結果を出すための試験回数が多くなるのが欠点である。

4. 考察

今まで挙げたいくつかの手順の性質をTable 1にまとめた。表にはそれぞれ1000回のシミュレーションで得られた1/6爆点の度数分布曲線から，その平均値m，標準偏差S，および1つのデータをとるための平均ショット数Nを示している。

先ず分布の平均値mは，感度曲線の確率1/6の点にあたる x=45.16 に近くなるべきであるが，手順によってかなりまちまちである。多くの手順でmが出発点x_0の影響を受けることがわかる。もっとも影響を受けにくいのは手順Mである。

分布の標準偏差σからみて，データのばらつきのもっとも少ないのは，手順Dである。しかしこの方法は，ひとつのデータをとるに要するショット数Nが，

Table 1 Comparison of divers processes, the distribution of results after 1000 trials.

Starting Xe		35	40	45	50	55
Process C	m *	41.79	42.58	44.92	46.19	46.23
	σ	2.41	1.76	1.34	1.94	1.98
	N	44.07	19.66	11.18	17.83	24.62
Process P	m	44.39	44.75	45.73	46.26	46.18
	σ	2.52	2.12	1.80	1.99	1.98
	N	20.37	15.63	14.12	18.60	25.31
Process M	m	45.30	45.44	45.31	45.25	45.27
	σ	1.94	1.96	2.08	1.80	1.89
	N	23.45	22.90	22.46	21.50	22.54
Process D	m	44.69	45.07	45.88	46.44	46.63
	σ	1.80	1.54	1.24	1.48	1.43
	N	40.39	31.92	28.21	37.89	48.73

*m : Mean value of results.
N : Average number of shots to obtain a result.
σ : Standard deviation of the distribution of results.

他の方法の倍近くもある。

手順P，手順Cは従来から行われてきた方法であるが，手順Pは，測定値がやや出発点の影響を受けることを承知して使えば，能率の良い方法である。

どの手順も，試験を開始するときのxが，1/6爆点の近くであればあまり大きな問題はない。

手順によって，試験結果が真の1/6爆点からずれる傾向は，もとの感度曲線の広がりが大きいものほど著しい。(1)式の感度曲線では，1/2爆点（$x=50$）から1/6爆点（$x=45.16$）までの距離は，Δxの約4倍である。(1)式の中の偏差σを2にしたものでは，1/6爆点は$x=48.06$になるので，1/2爆点との距離はΔxの2倍となり，見かけ上感度曲線の幅は狭くなる。これについて，同様なシミュレーションを行ってみたところ，出発点による差異はあまり現れなかった。

本文で述べたような，手順の差異が問題になるかどうかを具体的に考えるときには，上に書いたように，1/2爆点から1/6爆点までをいくつの単位にわけて測定するかがひとつの目安になるであろう。

5. 結 論

落鎚試験で代表される感度試験において，1/6爆点のような特性点を，できるだけ能率良く，また正確に求めるための手順を，コンピュータシミュレーションによる実験結果にもとづいて考察した。その結果つぎのようなことがわかった。

1) アップダウン法は，1/2爆点の近くでの試験が多くなり，したがって得られる結果も1/2爆点の方向にずれる。
2) 通常行われている手順P，手順Cでは，どちらも得られる結果が試験開始点x_0の方向にずれる。
3) これらを修正して，それほど試験回数が増えない方法として，修正手順Mを提示した。
4) 上に述べたようなずれは，もとの感度曲線の広がり（σ）と上下するxの幅（Δx）との比（σ / Δx）が大きいときほど著しい。

文 献

1) JIS K4810～1979, 工業火薬協会規格，等
2) J. J. Janswoude : Propellants and Explosives, 5, 99 (1980)
3) A. A. Schiperoord, et al. : Propellants and Explosives, 7, 46 (1982) ; 8, 139 (1983)

A Statistical Consideration on the Sensitivity Test

by Kazumi TANAKA*, Yoshio NAKAYAMA* and Senzo OINUMA*

A statistical property of divers testing methods to find a fixed probability point of the sensitivity test has been examined by the simulation using a computer program. Some practical and ideal precesses have been executed on the program by assuming a probability curve of the sensitivity. It was shown that the result was affected by the starting value of stimulus in many cases. And a modified process is presented to overcome this defect.

(*National Chemical Laboratory for Industry,
Tsukuba Research Center, Ibaraki-ken, Japan.)