

打揚煙火の黒玉飛散範囲の統計的解析と試算

尾島善一*, 飯塚悦功*, 久米 均*

昭和61年4月に東京都の主催で、黒玉の飛散範囲の把握を目的とする模擬玉の打揚実験が実施された。この実験データにより落下地点のばらつきにおける割物とボカ物の違い、付けものの効果などを統計的に解析した。また打揚高度、風速、玉の号数、玉の重量などと落下地点のばらつきの関係を重回帰分析により解析し、ばらつきの推定式を得た。この解析結果に基づいて、統計的な飛散範囲を導出した。

1. はじめに

昭和61年4月に東京都の主催、社団法人日本煙火協会の実施で、黒玉の飛散範囲の把握等を目的とする煙火打揚消費実験が実施された¹⁾。この実験は単発打揚のほかスターマイン方式の打揚等を含み、2.5号玉から10号玉について割物、ボカ物相当の模擬玉を用いて1960発を打揚げるという大規模な実験であった。

黒玉の弾道は風向、風速、発射角、発射薬量、玉の真球度、玉の外径と打揚筒の内径の差等の数多くの要因の影響を受けて微妙に変化すると考えられる。とくに風は地上付近から上空へと高度により変化するうえ、時間的にみても定常とは考えにくい。一般にこのように数多くの要因の影響を受ける現象は確率的現象として扱うことが妥当であるとされている。

さらに今回の実験は通常の玉の他にヒモ付の玉、把手付の玉を打揚げ、ヒモや把手を付けることにより飛散範囲が縮小されるかどうかを比較検討できるように計画された。

このようにデータの量が多く、数多くの要因の影響を受けた確率的現象における比較実験は、統計的な解析が可能でありかつ有効であると考えられる。

2. 実験

実験は4月22日と23日の2日にわたり、29の実験単位に分けて実施された。No. 1~2が6~10号玉の単発打揚、No. 3~8は3~5号玉の単発打揚、No. 9~14は2.5~5号玉のスターマイン単玉枠組、No. 15~26はスターマイン重玉枠組、No. 27~29はスターマイン重玉座環付の打揚となっている。No. 1~2は割物について標準玉とヒモ付の両者だけを打揚げた。これに

対し、No. 3~29は割物とボカ物のそれぞれについて標準玉、ヒモ付、把手付の全組合せ6通りを打揚げている。

各実験単位においては、3~4種の玉を種別ごとに10~20発ずつまとめて打揚げている。割物の標準玉を打揚げたNo. 3の実験単位を例にとると、まず3号玉を20発一度に打揚げ、ついで4号玉を20発、さらに5号玉を20発打揚げた。以下では、この一度に打揚げられた10発~20発を、実験単位に対して打揚単位に対して打揚単位と呼ぶことにする。

3. 解析

模擬玉の落下地点は、打揚地点を原点とし、東西方向をx軸（東を正）、南北方向をy軸（北を正）、mを単位とするx-y座標系を用いて表した。

打揚単位ごとに10~20点のデータが得られているので、落下地点のばらつきを打揚単位内のばらつきと、打揚単位間のばらつきに分離することができる。一打揚単位内の全模擬玉に共通して影響を与えるものには、風向、風速などの環境的要因がある。この影響は打揚単位間のばらつきにのみ表れることになる。一方打揚単位が同じでも各模擬玉に個別に影響するものには、打揚筒の傾き、模擬玉の外径、重さ、重心位置、発射薬量などのばらつきが考えられる。これらの影響は打揚単位内のばらつきによって評価することができる。

3.1 打揚単位内のばらつきの解析

一打揚単位内で得られたn個の模擬玉の落下地点の座標を (x_i, y_i) , $i=1, \dots, n$ と表わし、 x_i, y_i の平均値をそれぞれ $\bar{x}, \bar{y}$ とする。

打揚単位内のばらつきに方向性が無いと仮定すると打揚単位間のばらつき d^2 と打揚単位内のばらつき r^2 は次式によって求められる。

$$d^2 = \bar{x}^2 + \bar{y}^2 \quad (1)$$

昭和61年10月24日受理

*東京大学工学部反応化学科

〒113 東京都文京区本郷 7-3-1

TEL 03-812-2111 内線 7300, 7299

$$r^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i \{ (x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2 \} \quad (2)$$

ここで d は打揚単位内の全落下地点の中心座標と打揚地点との距離に、 r は個々の落下地点と落下中心との距離の二乗平均の平方根になっている。また $d^2/2$ が打揚単位間分散の、 r^2 が打揚単位内分散の推定量になっている。

このとき $(\bar{x}, \bar{y})$ を中心とする、個々の点についての確率 $(1-\alpha)$ の等確率円は近似的に (3) 式で与えられる。ここで $\ln$ は自然対数である。

$$(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 = r^2 \sqrt{-\ln \alpha} \quad (3)$$

割物 5 号標準玉の打揚結果に、(3) 式による 95%, 99%, 99.9% の円をあてはめたのが Fig. 1 である。

打揚単位内のばらつきに方向性がある場合には、個々の点は $(\bar{x}, \bar{y})$ を中心に楕円状にばらつくことになる。そこで (i) x と y の共分散に基づいて軸を定めた場合の等確率楕円と、(ii) 一つの軸が打揚地点と $(\bar{x}, \bar{y})$ を通るように設定した場合の等確率楕円についても検討を行った。(i) は落下地点のデータのもつ情報だけで楕円の軸方向を求める方法である。 $n = 10 \sim 20$ のため軸方向の推定精度が低く実用には適さなかった。また (ii) は弾道の平均的方向を軸の方向に一致させる方法である。ほとんどの打揚単位で隠心率が小さく、円のあてはめで十分との結果を得た。このことは打揚単位内のばらつきには方向性がないことを示唆するものであるので、以後打揚単位内のばらつきは (2) 式の r で表わされるものとして解析を行った。

つぎに打揚単位ごとに Fig. 1 に示したように等確率

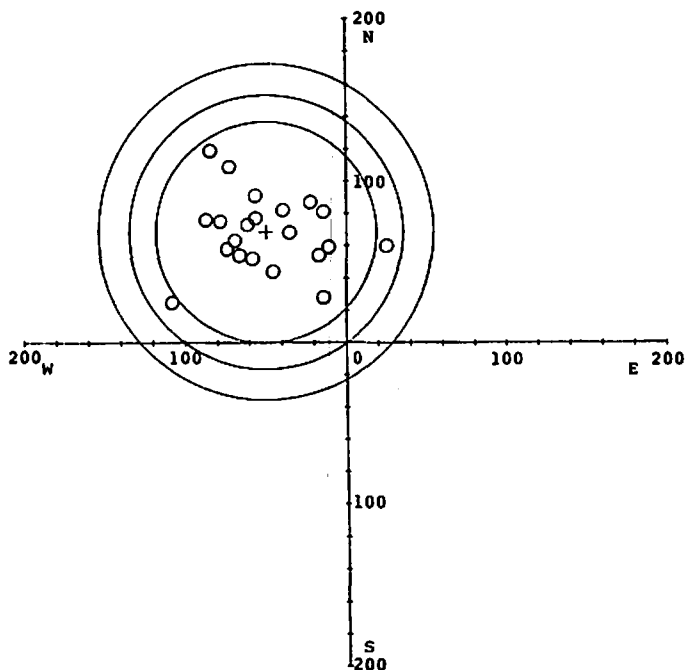


Fig. 1 Distribution of Fall points of black shells and Tolerance Region for 95%, 99%, and 99.9% (Warimono, standard six inch shell without accessory)

円を用いて異常データのチェックを行った。99.9%の円の外側に出るデータが10個程度みつかったが、この程度の外れ値は実際の打揚げの時にも十分発生しえると考えられるので、全て含めて解析することにした。

最後に同一実験単位に含まれる打揚単位について比較してみたが、とても同一の散布状態とは見せなかった。これは打揚単位ごとに号数や付けものが異なる

ためばかりでなく、環境条件がかなり変化することを示唆していると考えられる。

3. 2 号数、付けものの効果の解析

29の実験単位は(1)単発打揚の6~10号 (No. 1~2), (2)単発打揚の3~5号 (No. 3~8), (3)スターメイン単玉梓組 (No. 9~14), (4)スターメイン重ね玉梓組 (No. 15~26), (5)スターメイン重ね玉座環付 (No. 27~29)

の5つの大実験単位ごとにひとまとまりとなっている。それぞれの大実験単位では割物・ボカ物の別、付けものなどの各組合せの打揚が実施されており、多元配置型分散分析³⁾によって、割物とボカ物の違いや付けものの効果などを解析することができる。

本節では②の大実験単位についての解析を詳述し、そのあと他の大実験単位についての解析結果をまとめることにする。

打揚単位間および内のばらつきの解析に d^2 と r^2 を用いることも考えられる。 d^2 や r^2 の形で扱うと値の大きいデータの影響を強くうけることと、 d , r の形で扱う方が誤差の分布が正規分布に近くなる。などの理由により、 d , r を解析の対象とした。

大実験単位②は号数は3, 4, 5号の3通り、重量は割物とボカ物の2種、付けものは無し、ヒモ付、把手付の3通りの計18通りについて各20発ずつの打揚げによって構成されている。各打揚単位について (1), (2) 式により d と r を求め、これについて分散分析を行った。比較的小さい交互作用効果を誤差にプーリングしたのち、あらためて結果を分散分析表にまとめたのがTable 1と2である。

打揚単位間のばらつき d は割物・ボカ物の違いだけが有意となっている。すなわち打揚地点から平均的に遠くへ飛ぶかどうかは、号数や付けものではあまり変わらず、割物かボカ物かの違いだけが顕著であるといえる。割物の d の平均値は62.6mで、ボカ物の38.6m

Table 1 Analysis of Variance for Single shots (3.6-6 inch; Intra-firing, d)

Source	sum of squares	degrees of freedom	mean square	Fo
Size number	220.32	2	110.18	—
Warimono/Poka	2485.12	1	2485.12	21.6**
Accessory	417.97	2	208.98	1.8
Error	1377.90	12	114.82	

** : 1% significant

Table 2 Analysis of Variance for Single shots (3.6-6 inch; Inter-firing, r)

Source	sum of squares	degrees of freedom	mean square	Fo
Size number (a)	625.76	2	312.88	11.4**
Warimono/Poka (b)	684.70	1	684.70	25.0**
Accessory (c)	113.36	2	56.68	2.1
a × b	711.74	2	355.87	13.0**
Error	274.32	10	27.43	

** : 1% significant

a × b: interaction effect between (a) and (b)

Table 3 Estimation of variations, d and r for Single shots (3.6-6 inch)

size in diameter	Intra-firing variation, d [m]			Inter-firing variation, r [m]		
	Warimono	Poka	average	Warimono	Poka	average
3.6 inch	57.1	36.5	46.8	17.5	42.1	29.8
4.8 inch	61.5	36.7	49.1	43.4	38.5	41.0
6.0 inch	67.6	42.5	55.1	34.8	43.4	43.4
average	62.6	38.6	50.3	32.0	44.3	38.0

と比べ遠くなっている。個々の d をグラフ化してみてもそれ以上の特徴は見出せない。

打揚単位内のばらつき r は、号数、割物・ボカ物の違い、およびそれらの交互作用が1%で有意となった。やはり付けものの効果はほとんどあらわれない。号数

と割物・ボカ物の違いとの交互作用は、個々の r をグラフ化するとはっきりする。3号玉と5号玉ではボカ物の r が割物よりもみな大きくなっている。一方4号玉では全6個のデータが混在して判然としない。

有意になった要因ごとに組合せて、 d と r の値を推

Table 4 Results of Analyses of Variance

source	Intra-firing variation, <i>d</i>				Inter-firing variation, <i>r</i>			
	TL	TS	SS	SW	TL	TS	SS	SW
Size number (a)	**		*	**	*	**	*	
Upper/Lower (a')	--	--	--		--	--	--	**
Warimo/Paka (b)	--	**	**	**	--	**		
Accessory (c)			*		**		**	
interactions								
a × a'	--	--	--	p	--	--	--	*
a × b	--	p	p	p	--	**	p	p
a × c		p	p	p	*	p	p	p
a × b	--	--	--	p	--	--	--	p
a × c	--	--	--	p	--	--	--	*
b × c	--	p	**	p	--	p	**	p
$\sqrt{V_E}$	11.5	10.7	7.2	10.8	5.0	5.2	8.4	10.0

** : 1% significant,

* : 5% significant,

p : pooled to error,

-- : not experimented,

 $\sqrt{V_E}$: square root of mean square error

TL : single shots (7.2-12 inch)

TS : single shots (3.6-6 inch)

SS : star mine set of single shell mortars

SW : star mine set of double shell mortars

定したのが Table 3 である。

各大実験単位についての分散分析の結果をまとめたのが Table 4 である。なお大実験単位(5)のスターミン重ね玉座環付はデータの欠測が多いので解析からは除外した。

大実験単位(1)は、号数は割物の 6, 7, 8, 10 号の 4 種を用いて、付けものなしとヒモ付きの 2 通りの計 8 通りを 2 回ずつ各 10 発の打掛けによって行われた。したがってここでは号数とヒモの有無が解析の対象となる。分散分析の結果は Table 4 にあるとおり、*d* については号数のみ、*r* については号数、ヒモの有無、両者の交互作用が有意となった。ヒモの有無について *d*, *r* をグラフ化してみると、*d* の値は 6 号だけが小さくなっている。*r* については 6, 7, 8 号でヒモ付きの方が小さく、10 号では効果がない。データで見る限りでは、ヒモを付けることは *r* については効果が認められるものの、*d* については全然効果がないようだ。

単発打掲の 2 つの大実験単位 (1), (2) の結果を総合して、号数による違いを見ると、*d* は 3 号から 7 号までは単調に増加し、そのあと 7 号から 10 号にかけて逆に減少していくのがわかる。*r* も 3 号から 8 号までは単調に増加するのであるが 10 号だけは妙に小さい値となっている。号数が有意であっても、号数の示す傾向に単調性、普遍性がないのでは、あまり応用に役だつ結果とはいえないであろう。

大実験単位(3)はスターミン単玉枠組の実験で、号

数は 2.5, 3, 4, 5 号の 4 通り、割物・ボカ物のそれぞれに付けものが無、ヒモ付、把手付の 3 種の計 24 通りについて行われた。*d* および *r* は号数が大きくなるにつれて大きくなる。これは単発打掲の結果と同様の挙動である。*d* における割物・ボカ物の差は、単発打掲の場合と逆に現われている。割物・ボカ物の差と付けものの交互作用が、*d* についても *r* についても有意となっている。*d* の場合には、*d* の値の大きい方から順に、ボカ物の付けものなしとヒモ付、割物のヒモ付と把手付、割物の付けものなしとボカ物の把手付となっている。ボカ物の把手付の値が他のボカ物ほど大きくないことが交互作用として表われたと考えられる。*r* の場合には、*r* の値の大きい方から順に、割物の付けものなしとボカ物の把手付、ボカ物の付けものなし、ボカ物のヒモ付と割物のヒモ付と把手付と並んでいる。この場合には割物の付けものなしが他の割物と異なり大きな値をとっていることが交互作用として表われたといえる。

大実験単位(4)はスターミン重ね玉枠組の実験で、玉の上下の組合せは (2.5—2.5), (2.5—3), (3—4), (4—5) の 4 通りで、割物・ボカ物のそれぞれに付けものが無、ヒモ付、把手付の 3 種について行われた。データは上下の玉のそれぞれについて得られているので計 48 個の *d* と *r* について解析した。*d*, *r* とともに上下の組合せの違いはあまり大きくない。上の玉と下の玉の差は *d* ではほとんどないが、*r* では下の玉の方がか

なり大きくなるようだ。割物・ボカ物の差は、 d では概ねボカ物の方が大きいが逆になっているものもあり、 r ではほとんど差がない。なお付けもの効果はほとんどあらわれていない。

3.3 環境的要因の解析

実験が行われた際、補助的に測定されていた項目に、打揚高度（打揚単位内の最高高度）、地表での風速と風向、上空での風速と風向、気温、相対湿度、気圧がある。この他に模擬玉についての仕様から、玉の重量と発射薬量についても情報があつた。

上空の風速は50m きざみに観測されていたが、あまり上空になると雲入による欠測値が増えてしまうので50, 100, 150, 200m の高度での風速を解析の対象とした。風向は度単位で観測されていたが、風向の変化量をみるために、最大風向角度-最小風向角度として求められる風向範囲を解析に用いた。上空の風速・風向の観測は14回実施されただけなので、観測の中間の打揚単位用のデータとして直前のデータを用いることにした。

スターメイン重ね玉座薬付の大実験単位では、打揚高度が計測されておらず、スターメイン重ね玉枠組の割物ヒモ付と割物把手付の実験単位で地表風速が一部計測されていなかった。これらのデータは本節での解析からは除外した。

まず各変数の相関について調べた。0.90以上の相関をもつものは、玉の重量と発射薬量 (0.99)、号数と発射薬量 (0.92)、号数と玉の重量 (0.91) であった。これらは仕様に基づくものであり当然のことといえる。ついで相関の高いものに号数と打揚高度 (0.78)、200m 上空での風速と気圧 (0.77)、150m 上空と風速と200m 上空の風速 (0.71) がある。号数と打揚高度に正の相関があるということは、号数が大きくなるほど高めに打揚げていることを表わしている。

負の相関を示すものに気温と相対湿度 (-0.86)、気温と200m 上空の風速 (-0.75) があつた。実験当日の天候が雨のち曇であったことによるものと思われる。

以上の変数によって打揚単位間のばらつき d と打揚単位内のばらつき r がどのように説明されるかを重回帰分析²⁾によって解析した。

打揚単位間のばらつき d の重回帰式は(4)式と推定された。

$$\begin{aligned} d = & \text{定数項} + 0.140 \times \text{打揚高度} [\text{m}] \\ & + 4.260 \times \text{地表風速} [\text{m/s}] \\ & + 4.845 \times 150\text{m 上空の風速} [\text{m/s}] \\ & + 4.543 \times \text{気温} [^{\circ}\text{C}] \\ & - 0.002 \times \text{玉の重量} [\text{g}] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{ただし 定数項} = \begin{cases} -95.3 & \text{付けものなしの時} \\ -90.8 & \text{ヒモ付きの時} \\ -102.6 & \text{把手付の時} \end{cases}$$

このときの重回帰係数は0.69、 d のばらつきのうちで重回帰式によって説明される割合である寄与率は47%、残差分散の平方根は11.2となった。

地表風速と150m 上空の風速の項は風の影響を表現する部分で、打揚高度の項は滞空時間の代用として重回帰式にとり込まれたものと考えられる。玉の重量は打揚高度と弱いながらも0.60の相関があるので、打揚高度の項を補正する形で重回帰式にとり込まれ、偏重回帰係数が負になっていると思われる。気温についての解釈は困難である。

そこで気温を除いて、あらためて重回帰分析を行ってみると、重回帰式は(5)式と推定された。

$$\begin{aligned} d = & \text{定数項} + 0.162 \times \text{打揚高度} [\text{m}] \\ & + 5.604 \times \text{地表風速} [\text{m/s}] \\ & + 2.793 \times 150\text{m 上空の風速} [\text{m/s}] \\ & - 0.001 \times \text{玉の重量} [\text{g}] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{ただし定数項} = -36.8 + 5.9x_1 + 5.5x_2 + 8.4x_3$$

$$\begin{aligned} x_1 = & \begin{cases} 1 & \text{ボカ物の時} \\ 0 & \text{割物の時} \end{cases} \\ x_2 = & \begin{cases} 1 & \text{スターメイン重ね玉枠組の時} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \\ x_3 = & \begin{cases} 1 & \text{ヒモ付きの時} \\ 0 & \text{付けものなし、または把手付の時} \end{cases} \end{aligned}$$

このときの重回帰係数は0.61、寄与率37%、残差分散の平方根は12.3となった。

(4)式と(5)式とでは定数項が大きく異なっている。(4)式では玉の種別、割物・ボカ物の別では定数項は一定であったのに、(5)式では複雑に変化している。とくにヒモ付の方が d の値が大きくなる点は解釈が困難である。

打揚単位内のばらつき r の重回帰式は(6)式と推定された。

$$\begin{aligned} r = & \text{定数項} + 9.147 \times \text{号数} [\text{号}] \\ & - 0.006 \times \text{玉の重量} [\text{g}] \end{aligned} \quad (6)$$

ただし

$$\begin{aligned} \text{定数項} = & 5.10 + 3.75x_1 + 8.20x_2 - 8.44x_3 - 6.35x_4 \\ x_1 = & \begin{cases} 1 & \text{ボカ物の時} \\ 0 & \text{割物の時} \end{cases} \\ x_2 = & \begin{cases} 1 & \text{スターメイン重ね玉枠組の時} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \\ x_3 = & \begin{cases} 1 & \text{ヒモ付きの時} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \end{aligned}$$

$$x_4 = \begin{cases} 1 & \text{把手付の時} \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

この場合の重回関係数は0.58, 寄与率33%, 残差分散の平方根は12.9となった。

号数と打揚高度の相関や、号数と玉の重量の相関を考慮すると、(6)式は打揚高度およびその補正項が主として打揚単位内のばらつきを決定することを表わしているといえる。定数項については、ボカ物やスターマイン重ね玉枠組の時はばらつきが大きくなり、付けものを付けるとばらつきが小さくなることを示している。

重回分析の結果は、どちらも寄与率が低く、ばらつきを低減する効果はあまり大きくない。 d と r の重回式の示すところを総合すると、環境的要因は打揚単位内のばらつきの r にはほとんど影響せず、打揚単位間のばらつき d にのみ影響するという妥当な結果といえる。

4. 黒玉飛散範囲の統計的な試算

4.1 黒玉落下地点の統計的モデル

落下地点の座標 (x, y) に(7)式の2次元枝分れモデルを想定する。

$$\left. \begin{aligned} x &= \delta_x + \epsilon_x \\ y &= \delta_y + \epsilon_y \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで (δ_x, δ_y) は打揚単位における落下の中心点の座標で(8)式のように原点(打揚地点)を中心とし、分散が σ_d^2 の相関のない2次元正規分布²⁾に従うとする。また (ϵ_x, ϵ_y) は打揚単位内のばらつきによる誤差で(9)式のように平均が $(0, 0)$ 、分散が σ_r^2 の相関のない2次元正規分布に従うとする。

$$\begin{pmatrix} \delta_x \\ \delta_y \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_d^2 & 0 \\ 0 & \sigma_d^2 \end{pmatrix} \right] \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_r^2 \end{pmatrix} \right] \quad (9)$$

このとき (x, y) の分布は(10)式となる。

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_d^2 + \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & \sigma_d^2 + \sigma_r^2 \end{pmatrix} \right] \quad (10)$$

個々の点 (x, y) の確率 $(1-\alpha)$ 許容領域は χ^2 分布により(11)式で表されると円になる。

$$x^2 + y^2 = -2(\sigma_d^2 + \sigma_r^2) \ln \alpha \quad (11)$$

したがって、ここでは $\sigma_d^2 + \sigma_r^2$ を推定すればよい。

4.2 飛散範囲の試算

(1), (2)式の d^2, r^2 は $2\sigma_d^2, 2\sigma_r^2$ を推定する統計量である。ここで(11)式の関係を用いると(12)式を得る。

$$\left. \begin{aligned} 2\sigma_d^2 &= E(d^2) = \{E(d)\}^2 + V(d) \\ 2\sigma_r^2 &= E(r^2) = \{E(r)\}^2 + V(r) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで $E(d), V(d)$ は d の期待値、分散である。

$$2(\sigma_d^2 + \sigma_r^2) = \{E(d)\}^2 + V(d) + \{E(r)\}^2 + V(r) \quad (13)$$

すなわち $E(d), V(d), E(r), V(r)$ を求めることが必要となる。ここでは重回分析の結果を用い、(5)式の d 、(6)式の r をもって $E(d), E(r)$ の推定値とする。また $V(d), V(r)$ には(5)式、(6)式を求めた際の回帰残差分散をあてることとする。よって $2(\sigma_d^2 + \sigma_r^2)$ の推定値を R^2 で表わすと(14)式となる。

$$\begin{aligned} R^2 &= [(5)式で求めた d] + [(5)式の残差分散] \\ &+ [(6)式で求めた r] + [(6)式の残差分散] \quad (14) \end{aligned}$$

(11)式から確率 $(1-\alpha)$ の許容領域を表わす円の半径は、

$$R\sqrt{-\ln \alpha} \text{ で求められる。}$$

例として単発打揚の3, 4, 5号玉について R を求めておく。(5)式で R を求めるにあたり打揚高度が必要となる。実験データを基に安全側に見積って、ここでは3, 4, 5号玉に対し、それぞれ240m, 280m, 320mとした。風速は制御できない要因なので、限界値である10 m/s³⁾を用いた。玉の重量は3, 4, 5号に対し、割物では230, 550, 1100g, ボカ物では150, 260, 500gとした。

これらの値によって R を求めたのがTable 5である。この R に $\sqrt{-\ln \alpha}$ を掛ければ半径が得られることになる。 α が1%, 0.1%, 0.01%のとき、 $\sqrt{-\ln \alpha}$ 2.146, 2.628, 3.035であるから、例えば割物5号玉付けものなしの場合には、99%許容範囲は打揚地点を中心とする半径233.7mの円であり、99.9%, 99.99%の場合はそれぞれ半径286.2m, 330.5mとなる。

5. おわりに

この研究では黒玉の落下地点のばらつきを、打揚単位間と打揚単位内のばらつきに分けて解析した。打揚単位間のばらつきは号数にはほとんど影響されず、主として打揚高度や玉の重量によって表現される滞空時間と、風速に依存することが判った。また打揚単位内のばらつきは号数や玉の重量に依存し、逆に風速にはまったく影響されない。

割物とボカ物では、ボカ物の方がどちらのばらつきも大きくなる。単発打揚とスターマイン単玉枠組はほとんど同じで、スターマイン重ね玉枠組だけはどちらのばらつきも大きい。

付けものの効果は少々複雑である。ヒモ付の場合は、打揚単位内のばらつきにはかなり効果があるが、打揚単位間のばらつきはかえって大きくなるようだ。把手

Table 5 Standard radius for Tolerance region, R [m]

	size number accessory	3.6	4.8	6.0
	none	93.0	101.3	108.9
Warimono	cord tail	98.5	106.9	113.6
	tubular handle	91.1	99.0	106.5
	none	100.0	109.0	117.8
Poka	cord tail	105.3	113.7	122.1
	tubular handle	97.9	106.6	115.2
	none			

付にすると、打揚単位間ではほとんど効果はないが、打揚単位内のばらつきには大きな効果をあげている。

ここで得られた結果は、データ自身が物語る統計的な効果である。したがって、この結果は技術的に検討され、その意味を解釈されることが重要である。

安全待避距離は $R\sqrt{-\ln\alpha}$ によって設定されるが、その距離を越えて落下する確率、 α を 0 にすることはできない。実際的には、安全待避距離を越えて落下する確率が、日本中で一年間に何回まで許容される、といった基準が必要であろう。このとき式から逆に 1 個の黒玉が $R\sqrt{-\ln\alpha}$ を越える確率 α を求めることができる。

$$\left[\begin{array}{l} \text{1 年間に安全待避} \\ \text{距離を越える確率} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{1 年間の} \\ \text{打揚数} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{黒玉の} \\ \text{発生率} \end{array} \right] \\ \times \left[\begin{array}{l} \text{1 個の黒玉が安全} \\ \text{待避距離を越える確率} \end{array} \right]$$

因

安全待避距離を小さくするには、式からも明らか

なように黒玉の発生率を下げる、また d や r を小さくすることが重要である。打揚高度のばらつきをおさえる、風の影響を軽減する改良を行う、などの改善がなされることが望ましいであろう。

謝 辞

本研究を行うにあたって実験を主催された東京都、ならびに実施された社団法人日本煙火協会の方々には、データ、各種資料の提供などの便宜をはかって頂いた。また東京大学工学部反応化学科の吉田忠雄教授、田村昌三助教授をはじめ吉田研究室の方々には数々の有益な御助言を賜った。ここに深く感謝の意を表します。

文 献

- 1) 東京都環境保全局助成指導部電気火薬課、煙火打揚消費実験報告書 (1986)
- 2) 久米 均、「数理統計学」、(1984)、コロナ社
- 3) 日本産業火薬会資料編集部、社団法人全国火薬類保安協会共編、「火薬類取締法令の解説」、p. 254 (1980)、日本産業火薬会

Statistical Inference on Dispersion area of Firework black shells

Yoshikazu OJIMA*, Yoshinori IIZUKA*, Hitoshi KUME*

Test firework shells without charge were fired to investigate a dispersion area of black shells, under the auspices of the Metropolitan Government in April 1986. Analyzing the fall points data, a difference between effects of Warimono and poka, and effects of accessories are examined statistically. Relationship between variation of the data and enviromental factors is also estimated. Applying these results, a statistical tolerance region is proposed.