

凝縮系爆轟における管径効果（第1報）

—対称軸流線上における定常条件—

松為宏幸*, 森谷明満**, 米田罔昭*

凝縮系爆轟における定常爆轟に関する管径効果を検討するために衝撃波面背後の反応性流れの定常条件に関する検討を行った。(一般化 CJ 条件) すなわち軸対称流れにおける流体力学保存則を対称軸上の流れに適用し、衝撃波背後の反応性流に関する特異点における定常条件を満たす初期値—境界値間問題を数値積分により求める方法である。初期条件として定常伝播速度を仮定し、衝撃波圧縮の関係式を用いて積分開始に必要な諸変量を計算する。管径の影響は衝撃波の曲率を通じて現われるが、これを衝撃波圧縮された壁と未反応爆薬の両方の接触面において流線の傾き角と圧力が互に等しいという境界条件によって計算することができる。本報告においては曲率一定の球面衝撃波前面を仮定することにより具体的な計算が可能であることを示す。また閉じ込め効率 η を導入しその効果について議論する。

1. 序 論

凝縮系爆薬におけるデトネーションの定常伝播問題は非常に古くから興味を持たれている。低圧の爆発では管壁が剛体として扱えるのでデトネーション伝播における管壁の影響は境界層を通じて現れ一般に(限界付近を除いて)その効果は大きくない。しかし凝縮系爆薬の定常デトネーションにおいては非常に高圧が発生するために管壁はもはや剛体としては扱えず管壁の変形または破壊によって衝撃波背後の流れは質量、運動量、エネルギーの損失を受ける。このような損失を考慮したデトネーション理論は大別すると三種類に分けられる。第一は非定常反応性二次元流れの保存則を差分法により解き定常解を求める方法である¹⁾。この方法は計算時間が長く一般的な特性を簡単に評価し難く、また計算精度等に問題があり研究目的によっては不適当な場合がある。古くから爆薬のデトネーション特性の管径依存性の解析に用いられている方法は以下に述べる、適当な近似を取入れた解析解である。まずデトネーション波面背後の流路拡大な効果を一次的に取扱う Jones によるノズル理論²⁾がある。この理論は流体力学的に定常条件を正しく取扱っているとは言い難く、これに続く Sommers & Morrison³⁾ および Dabora⁴⁾ 等の理論と共に半経験的方法といえる。流体力学的定

常条件は概念的には古く Zeldovich の教科書⁵⁾ において既に正しく記述されているが、一次的断面積変化を伴う流体保存則を基にした正しい計算は Tsuge⁶⁾ により初めて報告されている。ただ、ノズル理論は平面衝撃波を伴うデトネーションに対してのみ適用できるため、管壁が弾性的であるとか、壁のない自由空間中へ膨張可能な場合の一次元気体デトネーション伝播問題の解析に使用されている。解析解のもう一つの流れは Eyring 等⁷⁾ に源を発する Curved Front Theory である。この理論においては衝撃波背後の流路膨張効果は衝撃波前面の曲率を通じて与えられ壁面膨張による流れの影響は直接には考慮されていない。しかし、衝撃波前面の曲率は壁面の膨張と密接に関連することと、一般に反応帯の厚みは壁の極く近傍を除いて壁面の運動に影響される程厚くはないことなどにより凝縮系爆薬のデトネーションを記述するには適していないと考えられる。まず Eyring 等⁷⁾ における近似としては空間中に固定された球面波(その半径は壁における球界条件により決定される)をモデルとして採用し一次元流れの保存則から定常デトネーションの伝播における管径効果を論じた。これよりも現実的な二次元軸対称流れに関する保存則を用いた理論としては、Karman-Paulhausen 展開に基づく small perturbation 近似を用いたものが多く、Wood & Kirkwood⁸⁾ Fay⁹⁾ Sichel¹⁰⁾ および Bdzil 等^{11)~13)} の仕事がこれに属する。また Thouvenin¹⁴⁾ は対称軸上の流れに関する保存則のみに着目し衝撃波曲面と流路拡大の影響を簡単な式で評価しこれを基に定常デトネーションにおける管径効果を論じている。

昭和60年1月8日受理

*東京大学工学部反応化学科

〒113 東京都文京区本郷 7-3-1

TEL 812-2111 (内) 7296

**日本IBM㈱

〒160-91 東京都新宿区西新宿 2-61 新住友ビル30F

TEL 344-1311 (内) 2467

上記各理論の中で定常条件を流体力学的に正しく取扱っているものは Bdzil 等の理論のみであり他は総て定常条件の導入において適当な仮定を用いており半経験的理論と称されるべきものである。

Bdzil 等¹¹⁾⁻¹³⁾は解析に際して実験的に得られた衝撃波面を満足するような定常解を計算している。small perturbation という近似下ではあるが現在までのところこの解析が最も緻密であると思われる。ただこの解析法は複雑であり定性的な見通しを得難いこと、small perturbation 近似の導入によりこの解析方法が衝撃波面直後においてのみ正当であることから反応帯長が長い場合には適用できない、また polytropic の仮定を用いている等の欠点がある。

本研究は Thovenin¹⁴⁾の理論を拡張し、流体力学保存則を緻密に用いかつ定常条件をも正確に導入した理論計算を行うことを目的とする。対称軸上の流れのみを考慮することと、衝撃波面は一定曲率を有する球面であるとする等々の近似を採用することは、ある場合には問題があると思われるが、凝縮系デトネーションの特質を定性的に論ずるためにはこのような近似は最も妥当であると考えられる。更に計算が楽であり定性的な特性に関する見透しを得易いこと、対称軸上流れに関する限り、small perturbation のような制限が無い場合、スラリ爆薬のような反応帯長がある程度長い爆薬の定常デトネーションを議論することにも適用できる等の特徴がある。更に高圧条件下での現実的な状態方程を用いることにより実情に近い結果を得ることが期待される。

2. 基礎式

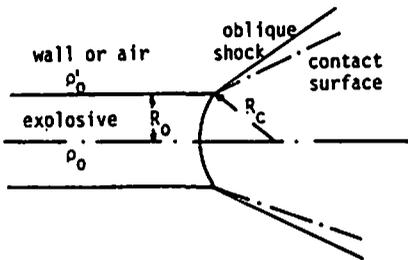


Fig. 1 The model of the flow and the shock wave employed in this study.

Fig. 1 に本研究において考察するモデルを示す。流れは軸対称でありかつ定常とする。円筒状の爆薬（半径 R_0 ）中を一定速度 D で進行する球面衝撃波（半径 R_c ）を考える。衝撃波面と共に移動する座標系に対して軸方向と、これに垂直方向の非粘性流れの速度成分をそれぞれ u, v とすると、質量、運動量、エネルギー

一保存則は次のように表わされる。[Z : 軸方向座標, r : 半径方向座標, ρ : 流体平均密度, p : 圧力, e : 平均内部エネルギー]

質量保存則:

$$u \frac{\partial \rho}{\partial r} + v \frac{\partial \rho}{\partial Z} + \rho \left[\frac{\partial u}{\partial Z} + \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} \right] = 0 \quad (1)$$

Z 方向運動量保存則:

$$u \frac{\partial u}{\partial Z} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial Z} = 0 \quad (2)$$

r 方向運動量保存則:

$$u \frac{\partial v}{\partial Z} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (3)$$

エネルギー保存則:

$$u \frac{\partial e}{\partial Z} + v \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{p}{\rho^2} \left[u \frac{\partial \rho}{\partial Z} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} \right] = 0 \quad (4)$$

以下において対称軸上の流れのみに着目する。即ちデトネーションの挙動は中心流れが支配するものと仮定する。爆発に伴う流路拡大効果は対称軸上において(1)式左辺最後の2項, $v/r, \partial v/\partial r$ を通じて現われる。ここではこれらの項を評価する為に Thovenin¹⁴⁾の近似法を用いる。Fig. 2 に実験室座標系による衝撃波背後の任意点 $X(Z, r)$ における速度ベクトル \bar{W} を示す。衝撃波面がなす球面の中心点を Z^* とし, XZ^* が対称軸となす角を θ , また X における速度ベクトル \bar{W} が XZ^* となす角を ϕ , 衝撃波と共に移動する座標系に変換された速度ベクトルを \bar{V} とする。 Z 座標の原点を対称軸上の衝撃波面として衝撃波進行方向と逆向きを正とする。また r 座標の原点を対称軸上にとると,

$$v = (D - V) \sin(\theta + \phi) \quad (5)$$

$$r = (R_c - Z) \tan \theta \quad (6)$$

が成立つ。 $r \rightarrow 0$ であれば $\theta \gg \phi$ であるから、次式が得られる。

$$\frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{r=0} = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{v}{r} = \frac{D - u}{R_c - Z} \equiv f(Z) \quad (7)$$

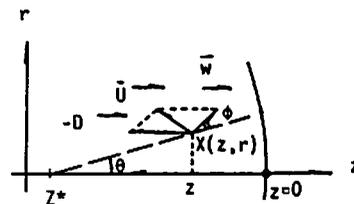


Fig. 2 The flow vectors behind the spherical shock wave.

(7)を(1)へ代入しまた $v|_{r=0}=0$ を(1)~(4)へ用いると対称軸上の流れに関する保存則は次の連立常微分方程式系に変換される*。

$$\frac{d(\rho u)}{dZ} + 2\rho f(Z) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{du}{dZ} + \frac{1}{\rho u} \frac{dp}{dZ} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{de}{dZ} - \frac{p}{\rho^2} \frac{d\rho}{dZ} = 0 \quad (10)$$

ここで衝撃波背後の流れに関する状態方程式を導入し内部エネルギーを圧力、密度の関数として表わす必要がある。すなわち反応性流体に対して、

$$e = F(p, \rho) + \sum_j x_j \Delta H_j^\circ \quad (11)$$

を具体的な形で記述する必要がある。ここで、 x_j は j 種成分の質量分率、 ΔH_j° は j 種成分の標準エンタルピー（単位質量あたり）を表わす。本研究においては未反応凝縮系爆薬に対して Mie-Grüneisen 式、

$$(p_s - p_k) = \Gamma \rho_s (e_s - e_k) \quad (12)$$

を用いる。添字 s は衝撃波圧縮された未反応凝縮系爆薬の状態、添字 k は Hugoniot 曲線より計算される参照状態、また Γ は Mie-Grüneisen パラメーターを表わす。衝撃波面直後は状態を添字 i で表わし流れは等エントロピー的な膨張を受け密度は ρ_{s1} から ρ_s へ変化した時参照状態となる Hugoniot 曲線で ρ_s を与えるような衝撃波速度 u_{sk} は一次元定常衝撃波関係式および経験式、

$$u_{sk} = c + s u_k \quad (13)$$

から決定される。ここで c, s は実験により決定される物質固有の定数また、 u_k は ρ_s に対応する衝撃波圧縮が行われた時の流速（実験室座標系）である。未反応凝縮系に関する単位質量あたりの内部エネルギー e_s (c_{v0}, T_s) は上式をまとめると次のような関係式で ρ_s, p_s と結びつけられる。ここで c_{v0} は凝縮系爆薬の比熱である。

$$\frac{de_s}{dZ} = \frac{1}{\Gamma \rho_s} \frac{dp_s}{dZ} + \frac{1}{\Gamma \rho_s^2} \left\{ \rho_0 u_{sk}^2 (\Gamma + 1) - \rho_0^2 u_{sk}^2 (\Gamma + 2) / \rho_s - p_s \right\} \frac{d\rho_s}{dZ} \quad (14)$$

*Thouvenin は(7)の条件式を質量保存則(1)および運動量保存則(2)のみ適用しエネルギー保存則(4)の代りに半経験式を導入している。

次に反応生成物の状態方程式としてはこれを気体として扱い次の式で近似する。

$$p_g (V_g - b) = RT_g \quad (15)$$

ここで b は定数、添字 g は気体、すなわち反応生成物の状態を表わすものとする。また、 R は気体定数、 T_g は気体温度である。衝撃波背後で反応生成物の定積比熱 c_{v0} が一定であると近似すれば(15)式を Z について微分した次式が得られる**。

$$\frac{de_g}{dZ} = \frac{c_{v0}}{R} \left\{ (\rho_g^{-1} - b) \frac{dp_g}{dZ} - \frac{p_g}{\rho_g^2} \frac{d\rho_g}{dZ} \right\} \quad (16)$$

凝縮系爆薬の未反応質量分率を w とすれば系全体の内部エネルギーは、

$$e = w e_g + (1-w) e_0 + w \Delta H_s + (1-w) \Delta H_0 \quad (17)$$

で与えられる。ここで、 $\Delta H_s = -\sum_j x_j \Delta H_j^\circ$ (凝縮系爆薬を構成している各組成について加算) および、 $\Delta H_0 = -\sum_j x_j \Delta H_j^\circ$ (反応生成物全組成について加算) によって計算される。この解析においては更に $T_s = T_g, p_s = p_g$ であると仮定する。この時総エネルギー e の Z 方向の変化率は上式の Z に関する微分を行うことにより得られる。

$$\begin{aligned} \frac{de}{dZ} = & \left\{ \frac{w}{\Gamma \rho_s} + \frac{c_{v0}}{R} (1-w) (1/\rho_g - b) \right\} \frac{dp}{dZ} \\ & + \frac{w}{\Gamma \rho_s^2} \left\{ \rho_0 u_{sk}^2 (\Gamma + 1) - \rho_0^2 u_{sk}^2 (\Gamma + 2) \right. \\ & \left. / \rho_s - p \right\} \frac{d\rho_s}{dZ} - \frac{c_{v0}}{R} (1-w) \frac{p}{\rho_g^2} \frac{d\rho_g}{dZ} + \\ & (e_s - e_0 + \Delta H_s - \Delta H_0) \frac{dw}{dZ} \quad (18) \end{aligned}$$

(18)中最後の項の dw/dZ は反応速度式から得られる。これが単純一次速度則、 $dw/dt = -A_f w \exp(-E_a/RT)$ (E_a : 活性化エネルギー) で与えられるとすれば、

$$\frac{dw}{dZ} = A_f w v^{-1} \exp(-E_a/RT) \quad (19)$$

である。一方二相系の平均密度は、

$$\rho = \left(\frac{w}{\rho_s} + \frac{1-w}{\rho_g} \right)^{-1} \quad (20)$$

で与えられる。従って

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dZ} = & \rho^2 \left\{ \frac{w}{\rho_s^2} \frac{d\rho_s}{dZ} + \frac{1-w}{\rho_g^2} \frac{d\rho_g}{dZ} - \left(\frac{1}{\rho_s} - \frac{1}{\rho_g} \right) \right. \\ & \left. \frac{dw}{dZ} \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

**高圧下で c_{v0}, c_{v0} は勿論定数として扱うことはできない。従って本計算による結果はある程度定性的なものである。

最後に求める関係式としては、 $T_s = T_0$ の仮定に基づく式である。比熱一定の近似の下では次式が得られる。

$$\left\{ \frac{1}{\Gamma \rho_s} - \frac{c_{v2}}{R} \left(\frac{1}{\rho_0} - b \right) \right\} \frac{dp}{dZ} + \frac{1}{\Gamma \rho_s^2} \left\{ \rho_0 u_s^2 \right. \\ \left. (\Gamma + 1) - \frac{\rho_0 u_s^2}{\rho_s} (\Gamma + 2) - p \right\} \frac{d\rho_s}{dZ} + \frac{c_{v2}}{R} \frac{p}{\rho_0^2} \frac{d\rho_0}{dZ} \\ = 0 \quad (24)$$

ここで c_{v2} は未反応凝縮系の比熱を表わす。

⑭～⑳を対称軸上の保存則、(8)～⑩式へ代入し整理した3式、反応速度式㉑および㉒の合計5式から p, ρ_s, ρ_0, u, w の5変数が計算される。最終的な整理は次の無次元変数を用いて表わす。

$$\xi \equiv Z/R_0, \zeta \equiv p/\rho_0 u_s D, \psi \equiv p/\rho_0, \psi_s \equiv \rho_s/\rho_0, \psi_0 \equiv \rho_0/\rho_0, \phi \equiv u/u_s, c_0 \equiv c_{v0}/R, c_s \equiv c_{vs}/R, \eta(\xi) \equiv u_s f(Z)/R_0, \lambda \equiv u_s/D, \lambda' \equiv u_{s1}/D, b' \equiv \rho_0 b, e'_0 \equiv e_0/u_s D, H'_s \equiv \Delta H_s/u_s D, H'_0 \equiv \Delta H_0/u_s D$$

ここで u_s は衝撃波面直後の流速（衝撃波と共に移動する座標系）である。また無次元密度に関する式は、

$$\psi \equiv \left(\frac{w}{\psi_s} + \frac{1-w}{\psi_0} \right)^{-1} \quad (24')$$

である。(8), (9), ⑩, ㉒式をまとめると次のような形で表わされる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\zeta/d\xi \\ d\psi_s/d\xi \\ d\psi_0/d\xi \\ d\phi/d\xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b_2 \\ b_3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (25)$$

$a_{14} = \lambda \phi \psi, a_{22} = w \phi \psi / \psi_s^2, a_{23} = (1-w) \phi \psi / \psi_0^2, a_{31} = w / (\Gamma \psi_s) + c_0 (1-w) (1/\psi_0 - b'), a_{32} = (w / \Gamma \psi_s^2) \{ (\lambda'^2 / \lambda - \zeta) (\Gamma + 1) - \lambda'^2 (\Gamma + 2) / \lambda \psi_s \}, a_{33} = -\zeta / \psi_0^2 (1-w) (1+c_0), a_{41} = 1/\Gamma \psi_s - c_s (1/\psi_0 - b'), a_{42} = (1/\Gamma \psi_s^2) \{ \lambda'^2 / \lambda (\Gamma + 1) - \lambda'^2 / (\lambda \psi_s) (\Gamma + 2) - \zeta \}, a_{43} = c_s \zeta / \psi_0^2, b_2 = \phi \psi (1/\psi_s - 1/\psi_0) dw/d\xi - 2\eta, b_3 = -\{ \zeta (1/\psi_s - 1/\psi_0) + (e'_s - e'_0 + H'_s - H'_0) \}$ である。㉒に含まれる無次元反応速度式は次のようになる。

$$dw/d\xi = -R_0 A_f / (u_s \phi) w \exp(-E_a/RT) \quad (26)$$

3. 定常条件（一般化 CJ 条件）

㉒で表わされる行列式を直接計算しても良いが、各微分項を陽に表わす解の形を求めてみる。

無次元圧力の式：

$$d\zeta/d\xi = F_1/G_1;$$

$$F_1 = -a_{14} \{ (c_1 c_4 - c_2 c_3) b_2 + (a_{23} c_3 - a_{22} c_4) d_1 - (a_{23} c_1 - a_{22} c_2) d_2 \},$$

$$G_1 = [c_1 c_4 - c_2 c_3] \quad (27)$$

無次元凝縮系密度の式：

$$d\psi_s/d\xi = [c_1 d_1 - c_2 d_2] / [c_1 c_4 - c_2 c_3] \quad (28)$$

無次元反応生成物密度の式

$$d\psi_0/d\xi = [c_1 d_2 - c_3 d_1] / [c_1 c_4 - c_2 c_3] \quad (29)$$

無次元流速の式：

$$d\phi/d\xi = -(d\eta/d\xi) / a_{14} \quad (30)$$

ここで

$$c_1 = a_{14} a_{22} a_{31} + a_{32}, \quad c_2 = a_{14} a_{23} a_{31} + a_{33}$$

$$c_3 = a_{14} a_{22} a_{41} + a_{42}, \quad c_4 = a_{14} a_{23} a_{41} + a_{43}$$

$$d_1 = a_{14} a_{31} b_2 + b_3, \quad d_2 = a_{14} a_{41} b_2$$

である。反応が十分進行する程度に強い衝撃波を仮定して（伝播速度 D ）㉒～㉔の連立常微分方程式を衝撃波面直後から数値積分を実施する。初期条件は保存則および衝撃圧縮に関する経験式㉑により容易に決定される。なお数値計算を実施する際に必要なもう一つのパラメータは衝撃波の曲率でこれの計算方法は次節で述べる。㉒～㉔の数値積分を進めて行くと各式に共通な右辺分母項、 $[c_1 c_4 - c_2 c_3]$ は反応熱放出に伴う加速効果により 0 へ漸近する。すなわち㉒～㉔は次式の条件において特異点を通過しなければならない。

$$c_1 c_4 - c_2 c_3 = 0 \quad (31)$$

流体力学的な定常条件（一般化 CJ 条件）はこの特異点において㉒～㉔右辺の分子項がいずれも 0 に収束することに対応する。すなわち㉒の条件下において、

$$(c_1 c_4 - c_2 c_3) b_2 + (a_{23} c_3 - a_{22} c_4) d_1 - (a_{23} c_1 - a_{22} c_2) d_2 = 0 \quad (32)$$

$$c_4 d_1 - c_2 d_2 = 0 \quad (33)$$

$$c_1 d_2 - c_3 d_1 = 0 \quad (34)$$

が同時に成立つことが必要である。このことは仮に㉒が成立つとしてこれと㉒の条件を㉒, ㉒へ代入することによって容易に証明される。すなわち物理的に明白な条件である各変数 p, ρ_s, ρ_0, u は共通の特異点を有することが示され、これが CJ 点である。

先に述べたように適当な伝播速度 D を仮定し衝撃波下流に向けて数値積分を進めると一般に Fig. 3 で示されるような解曲線が得られる。特異点近傍では積分誤差が増大し易いため積分方法に工夫が必要である。仮定した D の値を変えてくり返し同様の積分を行うことにより㉒～㉔の条件を満足する固有解が内挿により決定できる。Fig. 4 にその様子を示す。なお(7)から明らかなように㉒は $Z = R_c$ においてもう一つの特異点を有する。CJ 点が R_c よりも下流にある場合には本計

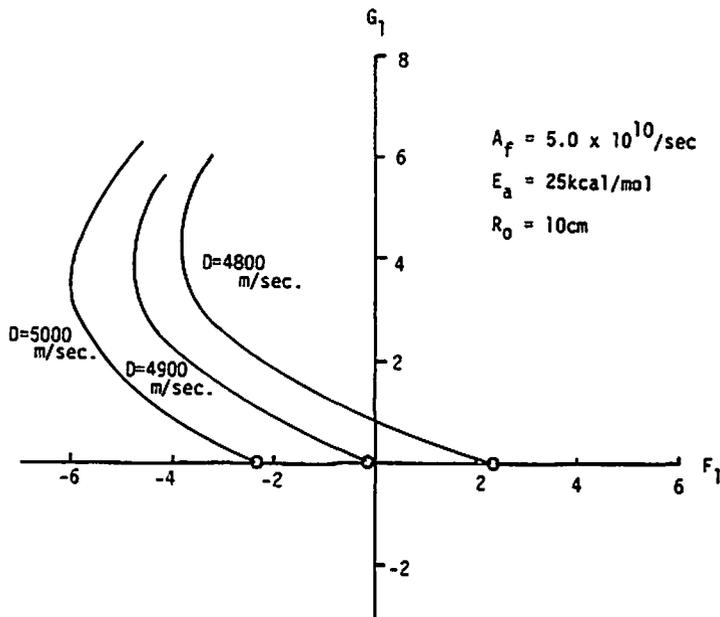


Fig. 3 The relations between the functions F_1 and G_1 [defined in Eq. (24)] near the singular point. (the details of the calculation is described in the following paper)

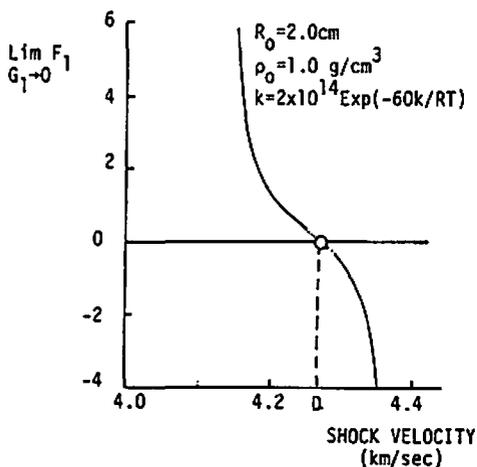


Fig. 4 An example of deciding the velocity of steady detonation (the details of the calculation is described in the following paper).

算方法は用いることができないが一般の凝縮系爆薬においてこのような場合は例外であると思われる。

4. 壁面における境界条件と閉じ込め効果

円管内を一定速度、 D で進行する球面衝撃波の曲率 R_c は爆薬および円管材料の衝撃波圧縮特性がわかっているならば両者の接触面における境界条件から計算することができる。ただ定常解を与える伝播速度 D が管壁物質中においても超音速であることおよび管壁を衝

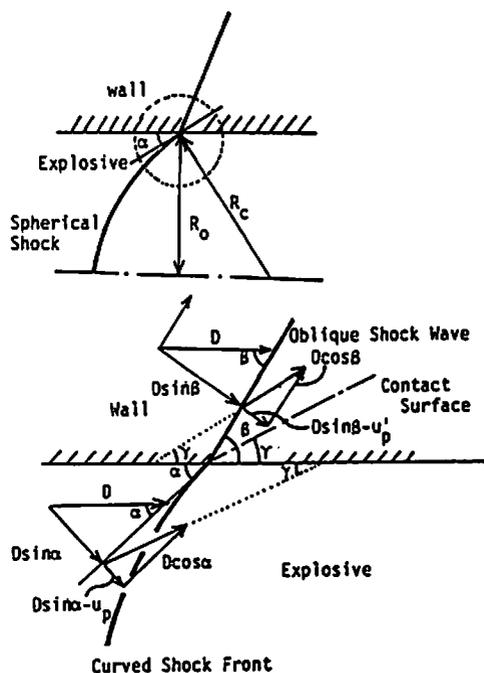


Fig. 5 The flow near the interface of the unreacted explosive and the wall.

撃波が突き抜けることによって生ずる影響は無視できるという条件が必要である。後者の条件は管壁の肉厚が十分厚いことに対応する。Fig. 5 に管壁付近の流れ

を拡大して示す。爆薬、衝撃波の接触面における衝撃波の軸に対する傾斜角をそれぞれ、 α, β とする。衝撃波通過後両者の接触面において流線の傾きが等しくなりその角度を γ とする。ここで垂直衝撃波に関する圧縮特性を表わす経験式(3)を拡張して斜め衝撃波の場合に適用する。爆薬、固体壁のそれぞれの衝撃波へ入射する速度の斜め衝撃波に対する垂直成分は、 $D \sin \alpha, D \sin \beta$ であり衝撃波通過直後の実験室座標系流速の衝撃波に対する垂直成分をそれぞれ u_p, u'_p とすると次式が成立する。

$$D \sin \alpha = c + s u_p \quad (32)$$

$$D \sin \beta = c' + s' u'_p \quad (33)$$

ここで c', s' は固体壁材質の衝撃波圧縮特性を表わす定数である。衝撃波通過後の両者の傾き角 γ が等しい条件はこの場合次のように表現できる。

$$\alpha - \tan^{-1} [(D \sin \alpha - u_p) / D \cos \alpha] = \beta - \tan^{-1} [(D \sin \beta - u'_p) / D \cos \beta] \quad (34)$$

また、衝撃波面直後の両者の圧力が互に等しいという境界条件から次式が得られる。

$$\rho_0 \sin \alpha (D \sin \alpha - c) / s = \rho_0' \sin \beta (D \sin \beta - c') / s' \quad (35)$$

ここで ρ_0, ρ_0' は爆薬、管壁材量の初期密度である。 D が与えられれば(34), (35)を同時に満足する α, β が一組決定される。求める衝撃波曲率 R_c は、

$$R_c = R_0 / \cos \alpha \quad (36)$$

によって計算される。

次に固体壁が無い場合の定常爆速と衝撃波曲率 R_c' の関係を求める。爆薬が直接大気に曝されている場合を考えると D の値は数 km/sec の大きさであるから空气中に伝播する衝撃波による圧力上昇は爆薬中の圧力に比べて十分小さいと考えて良い。すなわち爆薬-空気接触面において爆薬の圧力上昇が十分小さくなるような衝撃波の傾き角を有することがこの場合の境界条件となる。これは、(32)より

$$D \sin \alpha = c \quad (37)$$

で表わされるのでこれを満す α の値を用いて(36)と同様の式により容易に R_c' を求めることができる。一例として、 $\rho_0 = 1.0$ (g/cm³), $c = 0.214$ (cm/ μ s), $s = 1.58$ という特性を有する爆薬が鉄、鉛およびアクリルの管にそれぞれ充填されている場合と固体壁による閉じ込めが為されていない場合の衝撃波曲率の計算結果をまとめて Fig. 6 に示す。密度がより大きい鉛管が鉄管よりも小さな衝撃波曲率を与える理由は前者の音速(c')が後者よりも小さいため同一の衝撃波速度に対してより圧縮効率が大きくなるためである¹⁵⁾。

以上のようにして計算された R_c (または R_c') は(7)で表わされる流線拡大効果に直接影響を与える。本理論によれば管壁における境界条件の如何に関わらず同一の R_c を有する球面衝撃波に対して同一の定常伝播速度を有する解が得られる。古くから定常伝播速度 D は管径の逆数 $1/R_0$ に対して整理される例が多い。こ

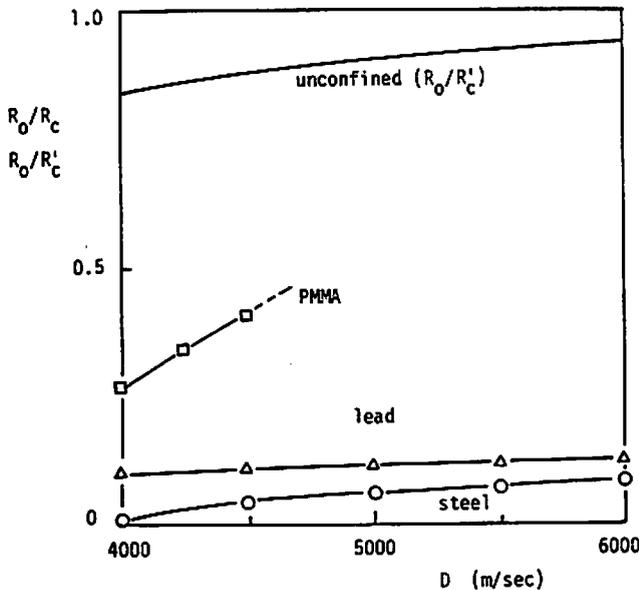


Fig. 6 Calculated results on the shock curvature of an explosive [$c=0.214$ cm/ μ s, $s=1.58$] confined by various materials

の特性を実験的に測定することは爆薬の性能試験として非常に重要でありまた、 $D \sim 1/R_0$ 曲線の $R_0 \rightarrow \infty$ への外挿値から理想爆速 D_0 を推定する方法としてもよく用いられている。しかし大口径爆薬によるこのような実験は、安全性および経済性の観点から一般には大変困難である。上に述べた理由によりこのような実験を実施する代りに閉じ込め効率をあらわすパラメータ

$$\Psi \equiv R_c/R_0 \quad (8)$$

を導入し、実験が容易な小さな直径の爆薬を種々の管に充填し測定した D を $1/(R_0\Psi)$ に対して整理する方が爆薬の定常伝播速度の管径依存性に関してはるかに巾広い情報を与えてくれるものと期待できる。Fig. 7 からも明らかなように鉄管における閉じ込め効率は $\Psi \sim 10$ 程度である。このことは直径が一桁異なる爆薬を用いる代りに、同一径の鉄管と裸の爆薬の両者について

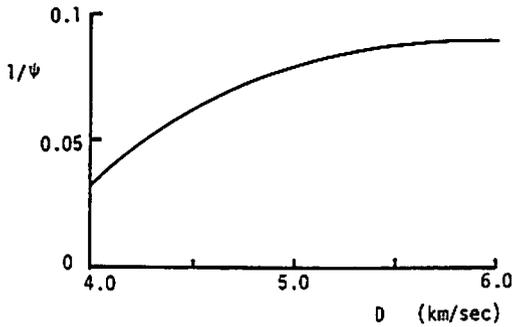


Fig. 7 Calculation of the confinement parameter, Ψ for the combination of a steel pipe and the same explosive shown in Fig. 6

実験を行うことで近似的に置き換えることを意味している。勿論このような整理が可能となる前提として本論文における近似的理論の適用可能範囲について更に詳しい検討が必要である。

5. 結 言

一定曲率の衝撃波面を有する定常デトネーションの一般化 CJ 条件を対称軸上の流れについて議論を行い

爆薬、反応生成物（気体）の混相流に対してそれぞれ適切な状態方程式を導入することにより定常解を得ることが可能であることを示した。また閉じ込め効率を表わすパラメータ Ψ を導入し爆薬の管径依存性のみならず管の材質を含めた一般的な検討を行いその結果を利用して爆薬の特性試験に関する新しい整理方法を示した。今後この理論による具体例の計算を行いまた同時に管径効果、 Ψ の影響等に関して実験的検証が必要であると考えられる。

最後に本研究は第13回火技奨の助成によって行われた。ここに御礼申しあげたい。

文 献

- 1) 例えば, C. L. Mader, Numerical Modeling of Detonations, University of California Press, (1979)
- 2) H. Jones, Proc. Roy. Soc., A 189, 145 (1947)
- 3) W. P. Sommers and R. B. Morrison, Phys. Fluids, 5, 241 (1962)
- 4) E. K. Dabora et al., Proceedings of 10th Symp. (Int.) on Comb., P 817 (1965)
- 5) Ia. B. Zeldovich and A. S. Kompaneets, Theory of Detonation, Academic Press (1960)
- 6) S. Tsuge et al., Astro. Acta, 15, 377 (1970)
- 7) H. Eyring et al., Chem. Rev., 45, 69 (1949)
- 8) W. W. Wood and J. G. Kirkwood, J. Chem. Phys., 1920 (1954)
- 9) J. A. Fay, Phys. Fluids, 2, 283 (1959)
- 10) M. Sichel, AIAA J., 4, 264 (1966)
- 11) J. B. Bdzil, J. Fluid Mech., 108, 195 (1981)
- 12) J. B. Bdzil, et al., J. Chem. Phys., 74, 5694 (1981)
- 13) R. Engelke and J. B. Bdzil, Phys. Fluids, 26, 1210 (1983)
- 14) J. Thouvenin, Proc. 7th Symp (Int.) on Deton., P 297 (1981)
- 15) R. S. Bradley, High Pressure Physics and Chemistry 2, Academic Press (1963)

The Effect of Tube Diameter on Steady Detonation in Condensed Explosives (I)
Generalized CJ Condition for Symmetric Axial Flow

by Hiroyuki MATSUI*, Akimitsu MORITANI** and Kuniaki YONEDA*

The generalized CJ condition is derived analytically by solving the conservation equations for axial symmetric flow with addition of some simplified approximation regarding to the effect of shock front curvature. In the present analysis, the shock front is assumed to be spherical and the radius of it is calculated by the boundary condition at the interface of the unreacted explosive and the wall. The flow behind the shock is treated as two-phase composed of the reactants (condensed phase) and the products (gas phase), and the realistic equations of state are employed for each component. A confinement factor, Ψ is introduced so that the effects of the radius of the explosives as well as wall materials can be discussed.

(*Department of Reaction Chemistry, Faculty of Engineering
University of Tokyo 7-3-1 Bunkyo-ku, Tokyo, 113 Japan

**IBM Japan Co., Ltd Sumitomo Build. 2-6-1 Nishishinjuku
Tokyo, 113 Japan)
