

空気抵抗を考慮した発破による岩石の無次元飛跡

成井 浩*, 渡辺信経*, 中原正二*, 河崎俊夫*

発破の際の飛石による事故は、火薬類の消費中に発生する事故のうちで、大きな割合を占めており、しかも、その件数は減少の傾向が一向に見られない。一方、発破による岩石の飛跡について、従来組織的な研究はほとんど行なわれていない。筆者等は岩石の飛距離ならびに飛行時間を無次元化して表わすことにより、各種の大きさ、密度、初速度、抵抗係数の岩石の飛跡をまとめ、一般的に表現する飛跡図を得た。また、例をあげて、飛跡図の用法を具体的に示した。

1. 緒言

発破の際の岩石の飛距離ならびに飛行時間は、噴出のときの初速度、発射角、岩石の密度、大きさ、形状ならびにまわりの地形等による。

飛跡に関する組織的な研究は、従来ほとんど行なわれていない。山口¹⁾は発射角を45°一定とし、抵抗の比例常数 k を変えた場合と、 k を一定とし初速度を変えた場合の飛跡を示しているが、 k と初速度とのいろいろな組合せの場合が、一般的に表現されていない。したがって、任意の組合せの場合に用いることができない。また、 k の値がどのようにして決められるものか、明らかにされていない。

筆者等は飛跡と飛行時間とを無次元化して表わすことにより、初速度、岩石の密度、大きさならびに抵抗係数を一つのパラメータにまとめ、利用しやすい飛跡図を作成した。また、発破の際のまわりの地形が低い場合も考慮している。ただし、風の影響については考慮しなかった。

記号

- A: 面積 [m²]
- C: 式(7)で定義されるパラメータ
- C_D: 抵抗係数 (式(1)参照)
- D: 直径 [m]
- F: 力 [N]
- g: 重力の加速度 [m/s²]
- m: 質量 [kg]
- q: 速度 [m/s]
- q_T: 終速度 (式(9)参照) [m/s]

S₁: 最大投影面積 [m²]

S₂: 最小投影面積 [m²]

t: 時間 [s]

u: 水平方向 (x方向) の分速度 [m/s]

V₀: 岩石の初速度 [m/s]

w: 垂直方向 (z方向) の分速度 [m/s]

θ: 発射角 [deg]

SHAPE	C _D
 string support	0.47
	0.38
	0.42
	0.59
 cube	0.80
 60°	0.50
	1.17
	1.17
	1.42
	1.38
 cube	1.05

Fig. 1 Drag coefficients of various 3-dimensional bodies at Reynolds numbers between 10⁴ and 10⁶.²⁾ The motions of the bodies are from right to left.

昭和59年5月28日受理

*防衛大学校

〒239 横須賀市走水 1-10

TEL 0468-41-3810

ρ : 密度 [kg/m³]

添 字

a : 空気の

D : 抵抗に関する

d : 円板の

m : 回転的な平均の

r : 岩石の

s : 代表面積を球の前面面積とした場合の

2. 理 論

にぶい (流線形でない) 物体が密度 ρ_a の流体中で速度 q で運動する場合、その抵抗 F_D は、その物体の代表面積 (通常物体の運動方向への投影面積をとる) A を用いて、

$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho_a A q^2 \quad (1)$$

と表わされ、 C_D は抵抗係数と呼ばれている。 C_D は物体の形状と姿勢によって Fig. 1 のような値をとる²⁾。

航空機の翼のような流線形の物体でも、抵抗係数は式(1)のように表わされるが、代表面積 A として翼面積を採っている。この場合、運動方向に直角に揚力が発生することは、よく知られている。

$$\left. \begin{aligned} \rho_r \frac{\pi}{6} D^3 \frac{du}{dt} &= -C_{Dms} \frac{1}{2} \rho_a \frac{\pi}{4} D^2 (u^2 + w^2) \frac{u}{(u^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}} \\ \rho_r \frac{\pi}{6} D^3 \frac{dw}{dt} &= -C_{Dms} \frac{1}{2} \rho_a \frac{\pi}{4} D^2 (u^2 + w^2) \frac{w}{(u^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}} - (\rho_r - \rho_a) \frac{\pi}{6} D^3 g \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

と表わすことができる。

運動方程式(4)を、時間については V_0/g で、密度については ρ_r で除して無次元化すれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \frac{u}{V_0}}{d \frac{gt}{V_0}} &= -C_{Dms} \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_r} \frac{V_0^2}{Dg} \frac{u(u^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}}{V_0^2} \\ \frac{d \frac{w}{V_0}}{d \frac{gt}{V_0}} &= -C_{Dms} \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_r} \frac{V_0^2}{Dg} \frac{w(u^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}}{V_0^2} - \frac{\rho_r - \rho_a}{\rho_r} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

となる。通常の岩石の密度は空気の密度に比して非常に大きいので、 ρ_a を ρ_r に対して無視すれば、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \frac{u}{V_0}}{d \frac{gt}{V_0}} &= -C_{Dms} \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_r} \frac{V_0^2}{Dg} \frac{u(u^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}}{V_0^2} \\ \frac{d \frac{w}{V_0}}{d \frac{gt}{V_0}} &= -C_{Dms} \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_r} \frac{V_0^2}{Dg} \frac{w(u^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}}{V_0^2} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

岩石は一般に複雑な形状をもち、その表面も滑らかではない。また、飛翔するときの姿勢も時々刻々変化するために、その抵抗係数も一定していない。したがって、岩石がその時々空気に受ける3次元的な力を予測して、その3次元的な飛跡を正確に予見することは、今のところ不可能であるとする。

しかし、岩石は普通ある程度回転しながら飛翔するので、その形状が定まれば、回転的な平均の抵抗は、一定の値 F_{Dr} を持つと考えてよいであろう。この F_{Dr} を岩石と同体積の球の前面面積を代表面積とする抵抗係数 C_{Dms} によって表わせば、

$$F_{Dr} = C_{Dms} \frac{1}{2} \rho_a \frac{\pi}{4} D^2 q^2 \quad (2)$$

ただし、 ρ_r 、 m_r をそれぞれ岩石の密度、質量として、

$$\rho_r \frac{\pi}{6} D^3 = m_r \quad (3)$$

となる。したがって、 C_{Dms} が求められれば、以下のように飛跡を求めることができる。

q を水平方向 (x 方向) の分速度 u と垂直方向 (z 方向) の分速度 w とに分けて考えれば、2次元の運動方程式は

となる。

発射角 θ (したがって u/V_0 と w/V_0 の初期値) ならびに、

$$C \equiv C_{Dms} \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_r} \frac{V_0^2}{Dg} = \frac{C_{Dms} \frac{1}{2} \rho_a \frac{\pi}{4} D^3 V_0^2}{m_r g} \quad (7)$$

を与えると、ルンゲ・クッタの数値積分法によって、飛跡の無次元座標 ($xg/V_0^2, zg/V_0^2$) が無次元時刻 gt/V_0 の関数として求められる。

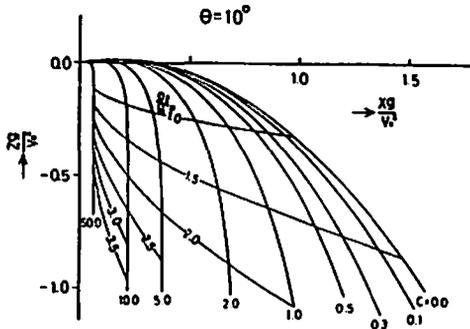


Fig. 2-1

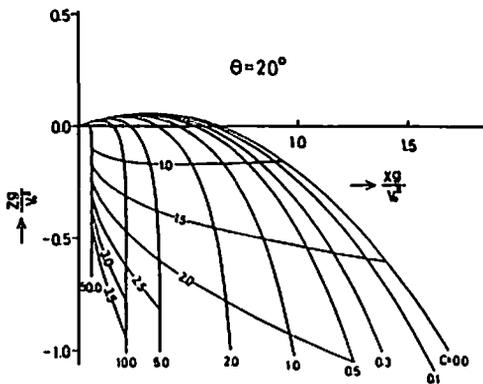


Fig. 2-2

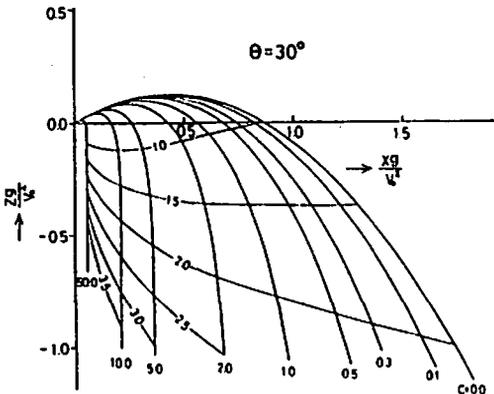


Fig. 2-3

Fig. 2-1~2-9はこのようにして求めた値を図示したものであり、Cをパラメータとして無次元座標を示すと同時に、無次元時刻を記入している。また、図によって発射角を変えて変わっている。パラメータCの物理的意味は、初速度 V_0 に対する岩石の空気抵抗を、岩石に働く重力で除したものであることが、式(7)からわかる。図にはまた、極限の場合として抵抗0のときの飛跡を画いている。この曲線は式(6)における

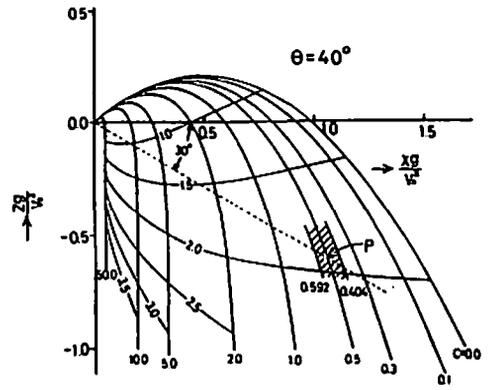


Fig. 2-4

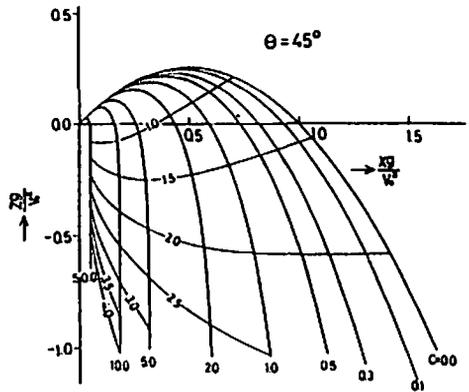


Fig. 2-5

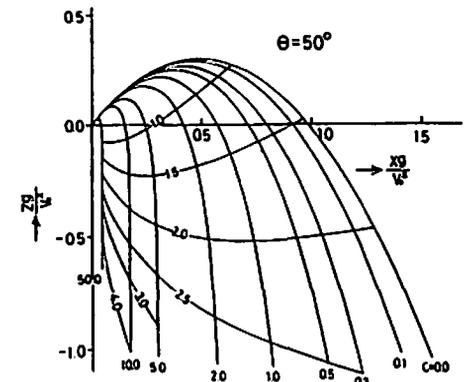


Fig. 2-6

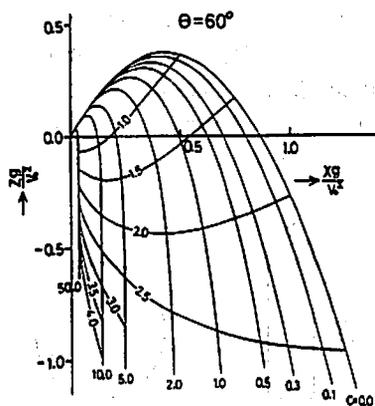


Fig. 2-7

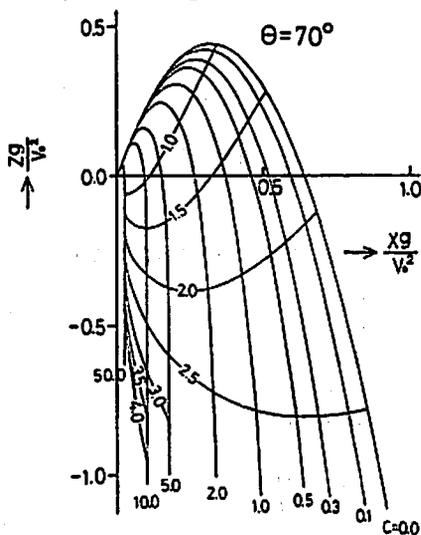


Fig. 2-8

C_{Dm} を 0 とおくことにより,

$$\left. \begin{aligned} \frac{xg}{V_0^2} &= \cos \theta \left(\frac{gt}{V_0} \right) \\ \frac{zg}{V_0^2} &= \sin \theta \left(\frac{gt}{V_0} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{gt}{V_0} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

とすることができるので、数値積分によらず式(8)により求めたものである。

ρ_a は通常 1.2 kg/m^3 であり、 ρ_r は $3.6 \times 10^3 \sim 2.4 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 、 V_0 は $5 \sim 100 \text{ m/s}$ 、 D は $0.4 \sim 0.01 \text{ m}$ くらいの大きさである。 C_{Dm} は $1 \sim 3$ くらいと予想できるので、式(7)から C は $0.000674 \sim 162$ とその適用すべき範囲は非常に大きい。しかし、Fig. 2-1~2-9 から明らかなように、 $C < 0.01$ では実際上 $C = 0$ としてもよいことがわかる。また、 $C > 50$ では飛距離が小さく、危害防止上問題とならないであろう。

3. 飛跡線図の利用法

上述のように、Fig. 2-1~2-9 は岩石のいろいろ

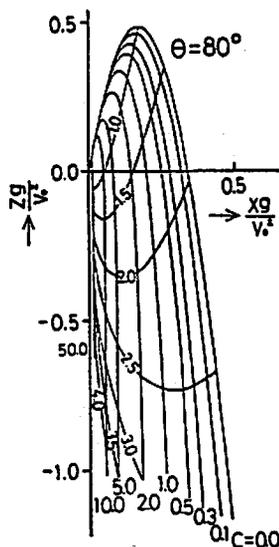


Fig. 2-9

The trajectories of flying rocks for various values of C .

な大きさ、形状、密度、初速度の組合せに応じて一般的に利用できるような、諸量を無次元化して表わしてある。そのため、利用者が具体的な有次元の飛距離を計算する際に、困難を感じるであろう。また、従来得られている資料を用いて、式(2)、式(3)で定義される抵抗係数 C_{Dm} を、各種の形状の飛石について求めることは、それほどやさしい問題ではない。縦、横、厚さ方向の寸法が大略等しいような直方体とか円錐状の物体の場合には、Fig. 1 を参考にして C_{Dm} を推定できよう。しかし、縦、横方向の寸法が、厚さ方向の寸法に比して大きい板状の物体の回転的平均の抵抗係数は、一般に知られていない。

この章では、板状の物体の回転的平均の抵抗係数を求める方法を一般的に述べ、次に具体例を挙げて円板状の物体の C_{Dm} を求める。また、岩石の形状、密度、初速度、発射角および斜面の傾斜角を与えて、飛距離ならびに飛行時間を求める一つの具体例を示す。

3.1 物体の回転的平均の抵抗

複雑な形状の物体が、自由に回転しながら飛翔するときの回転的平均の抵抗を、如何にして求めることができるか。また、代表面積として、回転的平均の前面面積を採ったときの抵抗係数が、どの程度の大きさであるかについて述べよう。

静止流体中で物体を落下させると、初期条件には無関係に遂には一定速度の垂直落下に入る。この状態では重量と抵抗とが釣り合っている。このときの速度 q_T を物体の終速度と呼ぶ。式(1)から q_T は

$$m_r g = C_{Dm} \frac{1}{2} \rho_a A_m q^2 \quad (9)$$

と書くことができる。ただし、物体の形状が複雑であるために、物体の流体に対する運動方向への投影面積（前面面積）は、物体がその姿勢を変えることによって変化する。そこで、 A_m は回転的な平均をとった面積、

$$A_m = \frac{2}{\pi} (S_1 + S_2) \quad (10)$$

を基準にとることとする³⁾。

したがって、底部に達するときには終速度になるような高さから、幾何学的に相似の物体を、力学的な相似の条件を満足するように（この場合レイノルズ数を大略等しくすれば十分であろう）落下させ、底部近くでその降下速度を測定すれば、式(9)、(10)から回転的平均の抵抗係数 C_{Dm} を求めることができる。

航空宇宙技術研究所では航空機の事故に関して、その破壊状況の調査と解析を行なっている³⁾。その中で各種物体の抵抗係数が、式(9)の C_{Dm} の形で求められている。対象とした物体の形状が、翼の破片またはベニヤ板を矩形に切りとったような比較的うすく広い形状であり、終速度も 8m/s 以下くらいの比較的ゆっくりしたものであるために、この値をそのまま飛石に用いることには問題があるかも知れないが、大略の値としては十分参考とすることができると考える。この資料によると、 C_{Dm} は 0.60~0.88 である。

3.2 同体積の球の前面面積を代表面積とした円板状物体の回転的な平均の抵抗係数： C_{Dms}

前節で示した C_{Dm} の値は、代表面積として式(10)の

A_m を採っている。一方、Fig. 2-1~2-9 を作成するにあたって用いた抵抗係数 C_{Dms} は、代表面積として物体と同体積の球の前面面積を採っている。そこで、前節で求めた C_{Dm} の値を用いて、Fig. 3 に示す円板形物体の C_{Dms} を求める

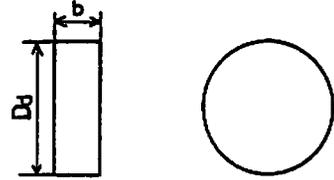


Fig. 3 Configuration of a disk-type body

式(2)、(9)、(10)から、

$$C_{Dm} A_m = C_{Dm} \frac{2}{\pi} (S_1 + S_2) = C_{Dms} \frac{\pi}{4} D^3$$

$$\therefore C_{Dms} = \frac{C_{Dm} \frac{2}{\pi} (S_1 + S_2)}{\frac{\pi}{4} D^3} \quad (11)$$

円板の直径を D_d 、厚さを b とすれば、式(3)から

$$\frac{\pi}{6} D^3 = \frac{\pi}{4} D_d^2 b \quad (12)$$

S_1 、 S_2 の定義から

$$S_1 = \frac{\pi^2 D_d^2}{4(\pi^2 D_d^2 + 16b^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{4D_d b^2}{(\pi^2 D_d^2 + 16b^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (13)$$

$$S_2 = \begin{cases} \frac{\pi}{4} D_d^2 & \left(\frac{D_d}{b} < \frac{4}{\pi} \text{ のとき} \right) \\ D_d b & \left(\frac{D_d}{b} > \frac{4}{\pi} \text{ のとき} \right) \end{cases} \quad (14)$$

となる。前節に述べた C_{Dm} の値 $C_{Dm} = 0.60 \sim 0.88$ を採用し、一例として $D_d/b = 3$ の場合について C_{Dms} を式(11)~(14) から求めると、

$$C_{Dms} = \frac{C_{Dm} \frac{2}{\pi} \left(\frac{\pi^2 D_d^2}{4(\pi^2 D_d^2 + 16b^2)^{\frac{1}{2}}} + \frac{4D_d b^2}{(\pi^2 D_d^2 + 16b^2)^{\frac{1}{2}}} + D_d b \right)}{\frac{\pi}{4} \left(\frac{6}{4} D_d^2 b \right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{(0.60 \sim 0.88) \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{\left(\pi^2 + \frac{16}{9} \right)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{\pi^2}{4} + \frac{4}{9} \right) + \frac{1}{3} \right]}{\frac{\pi}{4} \left(\frac{6}{4} \times \frac{1}{3} \right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$= 0.92 \sim 1.35$$

となる。

3.3 飛跡線図の利用例

飛跡線図の利用法を具体的に説明するために、飛石

の形状、密度、初速度、発射角および斜面の傾斜角を与えて、飛距離ならびに飛行時間を求める一例を示す。

Fig. 3 と相似 ($D_d/b = 3$) で、 D_d が 20cm の飛

石の場合（前節の計算例から $C_{Dms} = 1.14$ とする）、
 $\rho_r = 3.0$, $V_0 = 47.7\text{m/s}$, $\theta = 40^\circ$, 斜面の傾斜角 30°

として、飛距離と飛行時間を求めてみよう。
 パラメータ C は式(7)から

$$C = C_{Dms} \frac{3}{4} \frac{\rho_a}{\rho_r} \frac{V_0^2}{Dg}$$

$$= 1.14 \times \frac{3}{4} \times \frac{1.2}{3 \times 10^3} \times \frac{(47.7)^2}{\left[\frac{\pi}{4} \times (0.2)^2 \times \frac{1}{3} \times \frac{6}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \times 9.81}$$

$$= 0.5$$

となる。Fig. 5 に斜面を点線で示した。点線と $C=0.5$ 曲線の交点 P が落下地点を表わし、その座標と無次元の時間パラメータは $xg/V_0^2 = 1.06$, $zg/V_0^2 = -0.62$, $gt/V_0 = 1.95$ と読みとることができる。したがって $V_0 = 47.7\text{m/s}$ と $g = 9.81\text{m/s}^2$ を適用することにより、
 $x = 246\text{m}$, $z = -144\text{m}$, $t = 9.5\text{s}$

が得られる。すなわち、発破から約 9.5 秒後に、水平距離 246m, 落差 144m の地点に落下することになる。

以上は飛石の抵抗係数を $C_{Dms} = 0.92 \sim 1.35$ の中間の値 1.14 として計算を進めたものである。

C_{Dms} の値がこのようにばらつくのは、勿論物体の姿勢の変化によるものである。この C_{Dms} の変化を考慮して、上述の計算を行えば、 C_{Dms} の範囲に対応する飛石の通過空間が求められる。この空間を図示すると、Fig. 5 の斜線を施した部分となる。これから落下地点と飛行時間の範囲を求めると、大略次のようになる。

$$x = 246\text{m} \pm 14\%, \quad z = -144\text{m} \pm 6.5\%,$$

$$t = 9.5\text{s} \pm 2.1\%$$

このように物体の形状が球から離れると、その姿勢の変化による C_{Dms} の変化によって、落下地点ならびに飛行時間の予測が不確かなものになることに注意を要

する。

なお、実験により線図の確認を行なうことが、今後の課題である。

4. 結 論

(1) 発破の際の岩石の飛距離ならびに飛行時間を無次元化して表わすことにより、各種の大きさ、密度、初速度、抵抗係数の岩石の飛跡をまとめ、一般的に表現した飛跡図を得た。

(2) 同図は垂直座標に関して、負の値まで広く作図してあるので、発破の際に周囲の地形が低い場合にも利用できる。

(3) 各種形状の物体の回転的な平均の抵抗を、同体積の球の前面積を代表面積とする抵抗係数によって表わした場合、その概略の値を求める方法を示した。

(4) 例をあげて、飛跡線図の利用法を具体的に示した。

文 献

- 1) 山口梅太郎, 工業火薬協会誌, 37, 300 (1976)
- 2) S. F. Hoerner, "Fluid-Dynamic Drag", P. 3-17 (1958) Publication at his own expense.
- 3) 航空安全対策委員会構造調査グループ, 航空宇宙技術研究所資料, 126号, 1 (1968)

Nondimensional Trajectories of Blasted Rocks with Air Resistance

**by Hiroshi NARUI*, Nobutsune WATANABE*,
Shoji NAKAHARA* and Toshio KAWASAKI***

A flying rock's theoretical trajectory by blasting has not been investigated.

In this report, to make the flying rock's trajectory general, some factors, such as sizes, densities, initial velocities, and air resistances were combined into one parameter C . To make the diagrams useful for points lower than the blasting point, the diagrams contained negative parts in the ordinate.

A method to evaluate the approximate rotational mean resistances for rock's complicated configurations was shown.

The use of the diagrams was illustrated by an example.

(*The National Defense Academy, 1-10-20, Hashirimizu,
Yokosuka-shi, Kanagawa-ken, 239, Japan.)