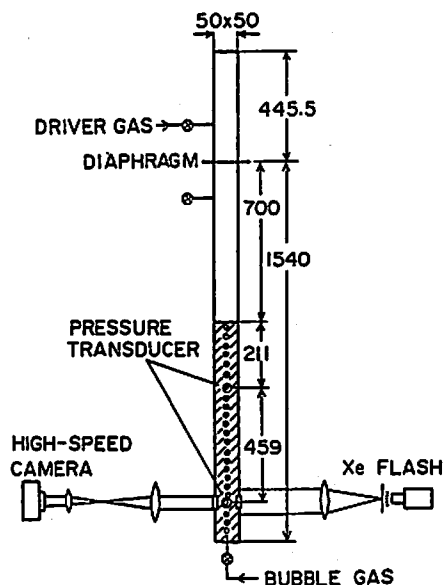


長谷川達也*, 藤原俊隆*

1. はじめに

本研究は爆薬中における気泡のホットスポット形成と気泡爆薬を模擬することを目的とする。実験においては反応性気泡を含むグリセリン中に衝撃波を送り込んで気泡を爆発させ、衝撃波及び気泡の挙動を観察した。また、反応を含む単一球形気泡の爆発が理論的に計算され、実験と比較されるとともに、気泡の非球形変形の原因についても検討がなされた。

実験装置の概要が Fig. 1 に示される。衝撃波管はステンレス製で 50mm×50mm 正方形断面をもち、高圧部 446mm と低圧部 1540mm はマイラー膜で支切られている。低圧部は膜から 700mm 下方までグリセリン、残りは大気圧の空気で占められており、高圧部は大気圧の空気に加えてヘリウムが15気圧まで注入される。衝撃波管下端にある内径 0.8mm の注射針からはアルゴン希釈された当量比の酸素素混合気 70% Ar + 30 % ($2H_2 + O_2$) が加圧約 3 気圧で噴出される。グリセリンは粘性が水の 1500 倍大きいので注射針から気泡がはがれにくく、直径約 10mm、気泡間隔 50mm 以上で気泡は一列に上昇していく。破膜は気泡の発生が定常になってから行なわれる。破膜によって生じる気体衝



撃波は液面に衝突し、液中に衝撃波を伝播させるが、この液中衝撃波の圧力は液面での気体反射衝撃波後方の圧力に等しく、約 7.5 気圧である。また気泡を噴出させてから破膜までの時間は 10 秒程度であるので衝撃波管低圧部の圧力は気泡の効果によって変わらず、気体中に蓄積される酸水素混合気濃度も無視できる。液体中を伝播する衝撃波は 459mm 間隔で設置されている二つの圧力変換器（キスラー 601 A）で検出され、オシロスコープで読み取られた。下側の圧力変換器の位置と同じ断面には縦 50mm、横 30mm の観測窓があり、発光時間 3 msec のクセノンフラッシュとニコン=植村式回転ミラー型高速度カメラ（UHF-250 B）によ

*名古屋大学工学部航空学科
〒464 名古屋市千種区不老町
TEL 052-781-5111

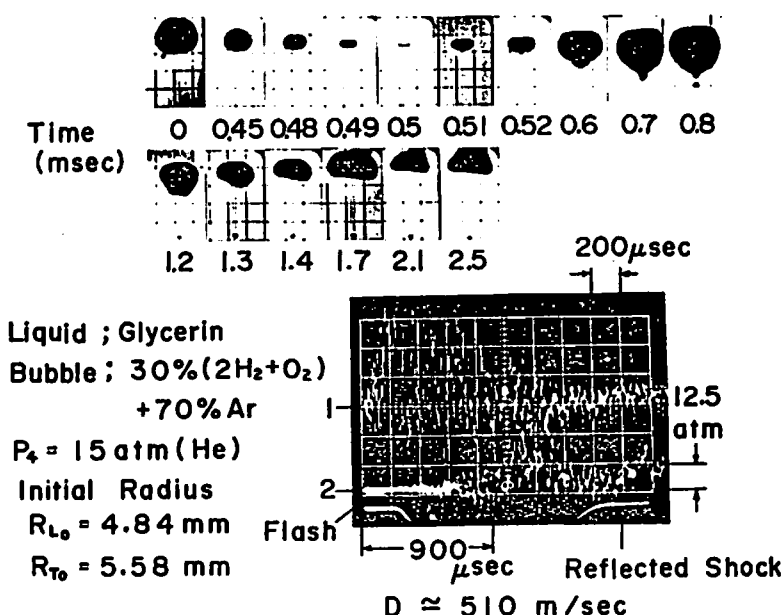


Fig. 2 Pressure oscillograms at observation window and highspeed shadowgraph records of bubble motion (explosion occurs).

り毎秒十萬駒で、気泡のシャドウグラフ挙動が撮影された。

2.1 気泡爆発の起こる場合

気泡が爆発を起こす場合の圧力波形と気泡の挙動が Fig. 2 に示される。撮影された気泡の初期半径は縦 4.84mm、横 5.85mm でやや扁平な形をしている。圧力波形 1 は上流側、2 は下流側の変換器出力であり、管の振動による高周波のために判別しにくくなっているが、衝撃波は立ち上がり約 200 μ sec の三角波形を示し、伝播速度は 510m/sec であった。観測窓と同じ位置での圧力波形 2 を見ると、衝撃波圧力は 12.5 気圧であり、入射した衝撃波圧力の 1.8 倍に増幅されていることがわかる。また反射衝撃波も同じ波形中に見られる。一方気泡の挙動を見ると、衝撃波の到達により約 12m/sec で下方へ移動しながら圧縮されてより扁平に変形し、最小時には縦 1mm、横 5mm の円盤状で上部が凹んだ形となる。その後気泡は急速に膨張しながらパラシュート形に変形し、小さな気泡をグリセリン中に分離する。このパラシュート形変形はグリセリン中における縦長アルゴン気泡の衝撃波圧縮の際にも観察された¹⁾現象である。後述の非球形気泡の衝撃波による変形の理論計算結果²⁾を検討したところ、これは衝撃波後方の流れによる不安定性に起因している。次に気泡は管下端からの反射衝撃波到達により上方へ移動し始め、下部が平坦になった。

気泡が爆発した際の発光をシャッター開放で撮影し

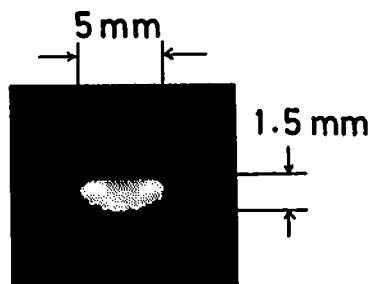


Fig. 3 Light emission from an exploding bubble. (Open shutter photograph, ASA 400)

た写真が Fig. 3 に示される。気泡は酸水素反応のために青白く光っており、この時の形は上部が凹み、大きさも Fig. 2 のシャドウグラフでとらえた気泡の最小値とほぼ等しくなっている。従って気泡の爆発は最小値付近で起きたことがわかる。

シャドウグラフから読み取られた半径の時間変化が Fig. 4 に示される。黒丸は縦方向、白丸は横方向の半径である。気泡は圧縮されて約 200 μ sec で最小になり、爆発によって急速に膨張し初期半径よりも大きくなる。気泡の振動周期は縦方向と横方向がほぼ同期しているが、振幅ではパラシュート型変形のために縦方向と横方向との違いが大きく現われている。

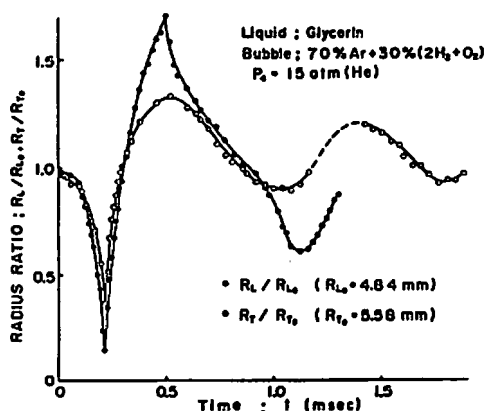
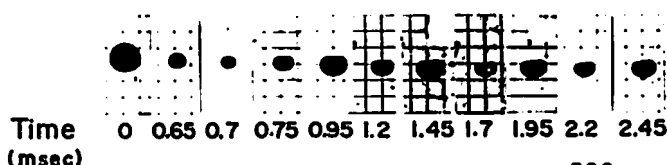


Fig. 4 Temporal behavior of longitudinal and transversal bubble radii. Bubble explodes at minimum size and expands beyond the initial radius.



Liquid; Glycerin
Bubble; 30% (2H₂+O₂)
+70% Ar
P₀ = 15 atm (He)
Initial Radius
R_{L0} = 4.34 mm
R_{T0} = 4.66 mm

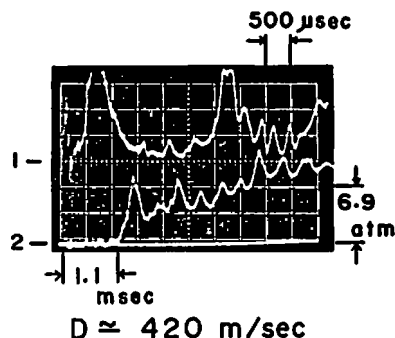


Fig. 5 Pressure oscillograms at observation window and highspeed shadowgraph records of bubble motion (no explosion occurs)

おり、両者の挙動の違いは明らかである。すなわち、爆発の起きた場合は圧縮後の膨張が急激で初期半径よりも大きくなり振動周期が長くなるが、爆発の起こらない場合には膨張は緩やかで初期半径よりも大きくなり、振動周期も短くなっている。

この様な爆発が起きたり起こらなかったりする現象は、衝撃波の強さと気泡の初期半径に関連する一種のデトネーション限界である。すなわち、爆発が起きなければ衝撃波は伝播しながら減衰するが、逆に一旦爆発が起これば、それが衝撃波を増幅し気泡を連鎖的に爆発させるのである。

3. 理論

2.2 気泡爆発の起こらない場合

一方、駆動圧が同一であるにもかかわらず気泡爆発の起こらない場合も生じた。この時の圧力波形と気泡の挙動が Fig. 5 に示される。撮影された気泡の初期半径は爆発の起きた場合に比べてわずかに小さく、縦 4.34mm、横 4.66 mm であった。圧力波形には気泡の収縮膨張振動に起因する約 500 μsec 周期の変化が見られ、衝撃波圧力は 6.9 気圧で入射衝撃波圧力とほぼ等しくなっている。また衝撃波の伝播速度は 420m/sec で爆発の起こった場合に比べてやや遅くなっている。シャドウグラフの挙動を見ると、気泡上部が平らになる傾向はあるが気泡は収縮膨張を繰り返すのみであり、パラシュート形変形は見られない。

爆発の起きた場合と起こらなかった場合の横方向半径の時間変化が Fig. 6 に比較される。黒丸は爆発の起きた場合、白丸は爆発の起こらなかった場合を示して

3.1 爆発する気泡の解析

酸水素反応を考慮に入れた気泡挙動と気泡周囲の圧力上昇を調べるために、以下の仮定に基づいて理論解析を行なう。

- (i) 気泡は単一球形気泡である。
- (ii) 気泡内の圧力、温度、密度は一様である。
- (iii) 液体は非圧縮性で温度は一定である。
- (iv) 気泡から液体への熱輸送、液体の粘性、表面張力を考慮に入れる。
- (v) 蒸発、凝縮、溶解などの質量輸送は無視する。
- (vi) 気泡気体は熱的完全ガスであるが熱量的不完全ガスである。

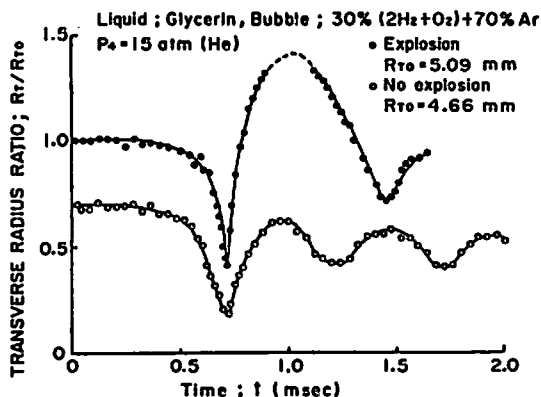


Fig. 6 Comparison of transversal radius change between explosion and no explosion cases.

〔エネルギー保存式 (熱力学第一法則)〕

$$\frac{dE(T)}{dt} = -\frac{NuK_g(T-T_l)}{2R} 4\pi R^2 + \left(-p + \frac{2\sigma}{R} + \frac{4\mu_l}{R} \frac{dR}{dt}\right) \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi R^3\right) \quad (3)$$

$$E(T) = \sum N_i [h_i(T) - \mathcal{H}T] \quad (4)$$

〔反応方程式〕

$$\frac{dN_i}{dt} = W_i (\text{mole} \cdot \text{sec}^{-1}) \quad (5)$$

〔状態方程式〕

$$p \frac{4}{3} \pi R^3 = N \mathcal{H} T, \quad N = \sum N_i \quad (6)$$

〔液体中の圧力〕

$$p(r, t) = p_{l\infty} + \frac{R}{r} \left(p - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\mu_l}{R} \frac{dR}{dt} - p_{l\infty} \right) + \frac{1}{2} \rho_l \frac{R}{r} \left(1 - \frac{R^3}{r^3} \right) \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 \quad (7)$$

ここで R は気泡半径, p, ρ, T, N はそれぞれ気泡内圧力, 密度, 温度, 総モル数である。 p_l, ρ_l, T_l はそれぞれ液体中の圧力, 密度, 温度を示す。 $p_{l\infty}$ は液体中無限遠方での圧力で, 気泡の収縮膨張振動の初期駆動力となるものである。 $E(T)$ は内部エネルギーで, $N_i, h_i(T)$ は化学種 i のモル数, モル当りのエンタルピーである。 $h_i(T)$ は JANAF Table によって 300~6000K の範囲で精度 0.5% のべき級数⁴⁾として表わされる。 W_i は化学種 i の生成項を表わす。 μ_l, ν_l は液体の粘性及び動粘性係数, σ は表面張力係数, K_g は気体の熱伝導係数, $\mathcal{H}$ は普遍気体定数である。 N_u はヌッセルト数で, $N_u = 2Rq_{total}/K_g(T-T_l)$ と定義される。ここで q_{total} は全熱流束を表わす。ヌッセルト数は本解析においては常に 1 と仮定されたが, 実際には熱伝導の特性時間に比べて気泡の振動周期は短いのでほぼ断熱変化と考えるとよい¹⁾。 t は時間, r は気泡中心からの距離を表わす独立変数である。

(vii) 7つの化学種と11の素反応を考える (Table 1)。

ここで反応速度は Baulch³⁾ のデータからとられ, 逆反応の計算に必要な平衡定数は JANAF Table に基いて 300~6000K において 0.5% 以下の精度で温度のべき級数⁴⁾として表示される。

以上の仮定により基礎式は次のようになる。

$$\text{〔質量保存式〕} \quad \rho \frac{4}{3} \pi R^3 = \text{一定} \quad (1)$$

〔一般化された Rayleigh 方程式〕

$$R \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + \frac{4\nu_l}{R} \frac{dR}{dt} + \frac{2\sigma}{\rho_l R} = \frac{p - p_{l\infty}}{\rho_l} \quad (2)$$

方程式を (1)~(7) を無次元化した後, 式(2), (3), (5) を時間積分することによって R, T, N_i を求め, 式(1), (6), (7) から ρ, p, p_l を決めればよいのであるが, 本理論解析では 1 μsec 以下で起こる化学反応と周期約 800 μsec の気泡振動を同時に解くことが要求されるので, 安定で計算時間の短縮できる Gear の陰解法が用いられた。また計算における無限遠方での圧力 $p_{l\infty}$ として, 実験で観察された三角波圧力波形が用いられた。

実験で観察された気泡の平均半径の時間変化と理論値が Fig. 7 (a) に比較される。理論における初期半径は 5 mm で, 無限遠方での圧力変化 $p_{l\infty}$ は図中に示される三角波である。実験において気泡が球対称に近い形からずれて扁平形になる最小値付近やパラシュート形になる最大値付近では, 理論値と実験値がずれており, また理論では最小半径の約 30 μsec 手前で反応が起ってしまうという僅かの違いも存在するが, 全般的に

Table 1 Elementary reactions and their rate constants used in calculation. Equilibrium constants K_{pi} ($i=H_2, O_2, H$, etc.) are taken from JANAF Tables.

Elementary reactions	Reaction rate constants	
	(Forward)	(Backward)
$H_2 + O_2 \xrightleftharpoons[(2)]{(1)} OH + OH$	$k_1 = 2.5 \times 10^{12} \exp(-19600/T) [\text{cm}^3 \cdot \text{mole}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_2 = k_1/K_{p1}$
$H + O_2 \xrightleftharpoons[(4)]{(3)} OH + O$	$k_3 = 2.2 \times 10^{14} \exp(-8450/T) [\text{cm}^3 \cdot \text{mole}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_4 = k_3/K_{p2}$
$O + H_2 \xrightleftharpoons[(6)]{(5)} OH + H$	$k_5 = 1.8 \times 10^{10} T \exp(-4480/T) [\text{cm}^3 \cdot \text{mole}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_6 = k_5/K_{p3}$
$OH + H_2 \xrightleftharpoons[(8)]{(7)} H_2O + H$	$k_7 = 2.2 \times 10^{13} \exp(-2590/T) [\text{cm}^3 \cdot \text{mole}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_8 = k_7/K_{p4}$
$OH + OH \xrightleftharpoons[(10)]{(9)} H_2O + O$	$k_9 = 3.8 \times 10^{12} \exp(-503/T) [\text{cm}^3 \cdot \text{mole}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_{10} = k_9/K_{p5}$
$H + H + X \xrightleftharpoons[(12)]{(11)} H_2 + X$	$k_{11} = 9.0 \times 10^{17} T^{-1} [\text{cm}^6 \cdot \text{mole}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_{12} = k_{11}/(K_{p6} \cdot RT)$
$H + OH + X \xrightleftharpoons[(14)]{(13)} H_2O + X$	$k_{13} = 8.4 \times 10^{21} T^{-2} [\text{cm}^6 \cdot \text{mole}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_{14} = k_{13}/(K_{p7} \cdot RT)$
$H + O + X \xrightleftharpoons[(16)]{(15)} OH + X$	$k_{15} = 1.0 \times 10^{15} [\text{cm}^6 \cdot \text{mole}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_{16} = k_{15}/(K_{p8} \cdot RT)$
$O + O + X \xrightleftharpoons[(18)]{(17)} O_2 + X$	$k_{17} = 1.05 \times 10^{15} T^{-\frac{1}{2}} [\text{cm}^6 \cdot \text{mole}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_{18} = k_{17}/(K_{p9} \cdot RT)$
$H + O_2 + X \xrightleftharpoons[(20)]{(19)} HO_2 + X$	$k_{19} = 1.5 \times 10^{15} \exp(+500/T) [\text{cm}^6 \cdot \text{mole}^{-2} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_{20} = k_{19}/(K_{p10} \cdot RT)$
$HO_2 + H_2 \xrightleftharpoons[(22)]{(21)} H_2O + OH$	$k_{21} = 1.3 \times 10^{14} \exp(-11077/T) [\text{cm}^3 \cdot \text{mole}^{-1} \cdot \text{sec}^{-1}]$	$k_{22} = k_{21}/K_{p11}$

$$R = 1.9861 \times 10^{-3} [\text{Kcal} \cdot \text{mole}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$$

$$K_{p1} = (K_{pOH})^2 / (K_{pH_2} \cdot K_{pO_2})$$

$$K_{p7} = K_{pH_2O} / (K_{pH} \cdot K_{pOH})$$

$$K_{p2} = K_{pOH} \cdot K_{pO} / (K_{pH} \cdot K_{pO_2})$$

$$K_{p8} = K_{pOH} / (K_{pH} \cdot K_{pO})$$

$$K_{p3} = K_{pOH} \cdot K_{pH} / (K_{pO} \cdot K_{pH_2})$$

$$K_{p9} = K_{pO_2} / (K_{pO})^2$$

$$K_{p4} = K_{pH_2O} \cdot K_{pH} / (K_{pOH} \cdot K_{pH_2})$$

$$K_{p10} = K_{pHO_2} / (K_{pH} \cdot K_{pO_2})$$

$$K_{p5} = K_{pH_2O} \cdot K_{pO} / (K_{pOH})^2$$

$$K_{p11} = K_{pH_2O} \cdot K_{pOH} / (K_{pHO_2} \cdot K_{pH_2})$$

$$K_{p6} = K_{pH_2} / (K_{pH})^2$$

は理論値と実験値は一致している。この結果から、無限遠方での圧力 p_{∞} として観測窓と同じ位置の圧力を採用することは、全般的挙動に関しては適当であるこ

とがわかる。

理論解析から得られた気泡内及び液体中圧力分布が Fig. 7(b) に示される。気泡内圧力は爆発の瞬間急激に

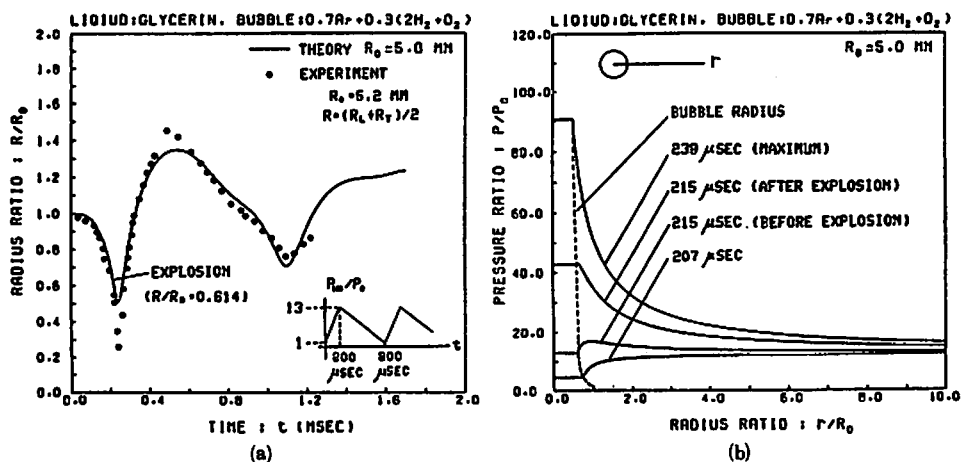


Fig. 7 (a) Experimental and theoretical oscillations of bubble radius. Average radius is used as the experimental value. $p_{t\infty}$ assumes a triangular-type profile.
(b) Calculated temporal behaviors of bubble and liquid pressure fields.

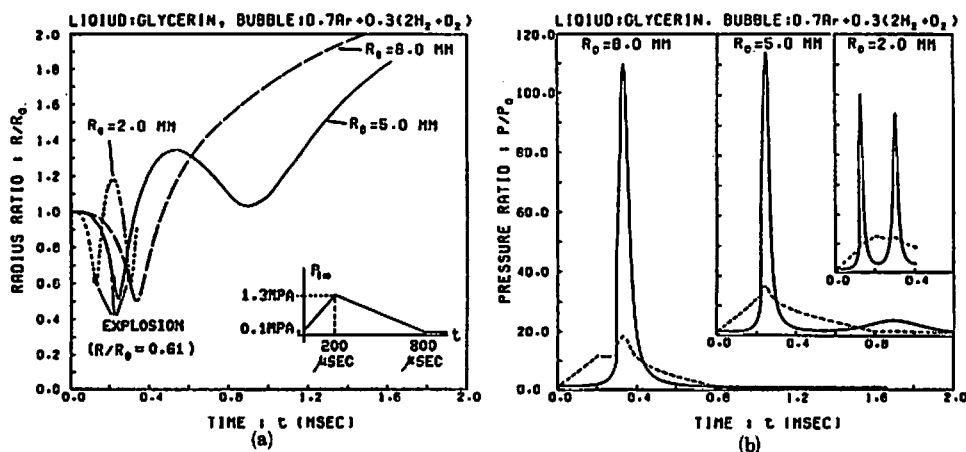


Fig. 8 Effect of initial radius on bubble explosion (calculated).

(a) History of radius.

(b) Bubble pressure and liquid pressure at $r=50\text{mm}$.

30気圧増加し、最高では初期圧力の90倍になる。一方液体中の圧力も爆発の瞬間急激に上昇し、気泡から $r=50\text{mm}$ ($r/R_0=10$) だけ離れた点では約4気圧の圧力上昇が見られる。これは $r=50\text{mm}$ 離れたところに隣の気泡があれば、爆発の影響で圧縮されることを意味している。実際には、ずっと上流の気泡爆発による分散衝撃波圧力 (7.5気圧) に隣接気泡爆発によって生じる圧力上昇が加わるので、実験で観察されたように衝撃波圧力が12気圧に上るのであろう。

異なる初期半径に対する計算結果がFig. 8に比較される。Fig. 8(a)は半径の時間変化、Fig. 8(b)は気泡内圧力 (実線) と $r=50\text{mm}$ における液中圧力 (破線) の時間変化で、計算で用いられた無限遠方での圧力上

昇 $p_{t\infty}$ が図中に示されている。 $R_0=2\text{mm}$ の場合、振動周期は約 $200\mu\text{sec}$ と短く、圧力が上昇し切らないうちに膨張に移るので最小半径は他に比べて大きくなる。ところで計算では70% $\text{Ar}+30\%$ ($2\text{H}_2+\text{O}_2$) 混合気の爆発が $R/R_0=\text{const.}=0.61$ のとき起きる。ところが上述のように気泡半径が小さくなると圧縮の度合いが小さくこの条件が満たされなくなるので、爆発に到らなくなる。一方、大きな気泡 $R_0=5\text{mm}$, 8mm の場合を見ると、半径が大きいくほど振動周期は長く、最小半径は小さくそして爆発後の膨張は大きくなる。膨張が大きくなるのは気泡の行う仕事は表面積に比例するのに対し、気泡内の発熱量は体積に比例して大きくなるからである。このため Fig. 8(b) の圧力変化を見

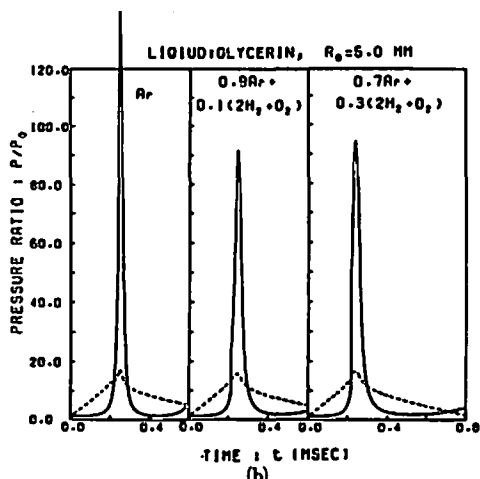
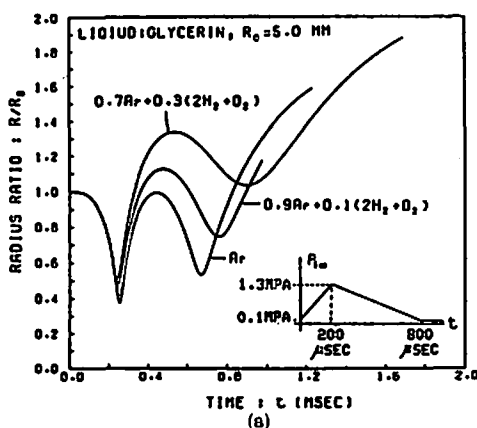


Fig. 9 Effect of exothermicity on bubble explosion (calculated).

(a) History of radius.

(b) Bubble pressure and liquid pressure at $r=50$ mm.

ると、初期半径の大きい方が気泡内圧力の上昇が大きく、また爆発の瞬間における $r=50$ mmでの圧力上昇も大きくなっている。このように、初期半径が気泡爆発に対して大きく影響することから、気泡の大小が爆発伝播に限界を生ずる重要なパラメータとなることが十分ありうる。

異なる酸水素混合気濃度の計算結果が Fig. 9に比較される。Fig. 9(a) は半径の時間変化、Fig. 9(b) は気泡内圧力(実線)と $r=50$ mmにおける液中圧力(破線)の時間変化を示している。90% Ar+10% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) 混合気を用いた場合、すなわち発熱量が小さい場合には振動周期が短くなり気泡の膨張も小さい。また $r=50$ mmでの圧力変化を見ると、70% Ar+30% ($2\text{H}_2 + \text{O}_2$) の場合に比べ爆発による圧力上昇はゆるやかである。100% Ar気泡の場合には振動周期はさらに短くなり、最小半径以後の膨張も小さく初期値を超えない。2回目の膨張で初期半径よりも大きくなるのは無限遠方での圧力 p_∞ が1気圧に戻るからである。また発熱による膨張作用がないため気泡は爆発する場合に比べて圧縮され、気泡内圧力は初期圧の140倍近くなることがわかる。しかし、 $r=50$ mmでの衝撃は逆に他に比べて小さくなっている。

3.2 非球形気泡の衝撃波による変形

ここでは反応性気泡の実験で現われたパラシュート形変形や上部が平らになる変形の原因を考えるために、非球形気泡の衝撃波による変形の理論解析²⁾の結果を紹介する。

液体中の気泡を比較的弱い衝撃波が通過する場合、気泡はほぼ均一に圧縮されつつ衝撃波がつくる伝播方

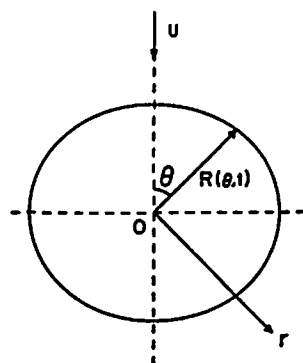


Fig. 10 Coordinate system.

向の流れによって移動する。このステップ状圧力による急速な圧縮と誘起流れによる非球形気泡の変形が以下の仮定の下で解析される。

- (i) 軸対称三次元の気泡を考える。
- (ii) 気泡内の圧力、温度、密度は一様である。
- (iii) 気泡周囲の液体は非粘性、非圧縮性である。
- (iv) 表面張力を考慮する。
- (v) 気体境界面での熱及び質量輸送は無視する。
- (vi) 液体の流れは非回転的で、速度ポテンシャル ϕ が導入される。

ここで粘性の効果を無視しているが、グリセリン中では粘性が大きな役割を果たしているため必ずしも適当ではない。しかしパラシュート形変形や気泡上部が平らになるような低オーダーの変形については、この仮定はある程度妥当と考えられる。

以上の仮定に基づいて Fig. 10に示される座標系を

考え基礎式と境界条件を求めると、

〔基礎式〕 Laplace 方程式より

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (8)$$

〔境界条件〕

無限遠方での境界条件

$$\Phi = -Ur \cos \theta \quad \text{for } r \rightarrow \infty, \quad t > 0 \quad (9)$$

気液界面での運動学的境界条件

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \frac{\partial R}{\partial \theta} = \frac{\partial R}{\partial t} \quad \text{for } r = R(\theta, t) \quad (10)$$

気液界面での力学的境界条件

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)^2 \right] = \frac{1}{\rho} \left\{ p_\infty + \frac{1}{2} \rho U^2 - p + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} \quad \text{for } r = R(\theta, t) \quad (11)$$

となる。ここで R_1, R_2 は主曲率半径で、

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R - R_0 \cot \theta}{R(R^2 + R_0^2)^{3/2}} + \frac{R^2 + 2R_0^2 - RR_{0\theta}}{(R^2 + R_0^2)^{3/2}} \quad (12)$$

である。

〔初期条件〕

$$\Phi = 0, \quad R(\theta, 0) = \text{given at } t = 0 \quad (13)$$

これらの基礎式と条件は次の関数 J の変分 ($\delta J = 0$) によっても得ることができる^{5, 6)}。

$$J = 2\pi \int_{t_1}^{t_2} dt \int_0^\pi \sin \theta \left[- \frac{p - p_\infty - \frac{1}{2} \rho U^2}{3} R^3 + \sigma R(R^2 + R_0^2)^{1/2} + \int_{R(\theta, t)}^\infty \rho \left(\Phi_t + \frac{1}{2} \Phi_r^2 + \frac{1}{2r^2} \Phi_\theta^2 \right) r^2 dr \right] d\theta \quad (14)$$

基礎式(8)と境界条件(9)を満たすように Φ と R を Legendre 多項式で表現し、

$$\Phi = -Ur \cos \theta + \sum_{n=0}^{2N} \frac{\phi_n(t)}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta) \quad (15)$$

$$R = \sum_{n=0}^N R_n(t) P_n(\cos \theta) \quad (16)$$

これらを(14)式に代入して、 $\delta J(\delta \phi_n, \delta R_n) = 0$ の条件から次の2つの常微分方程式系を得る。

$$\dot{\Phi} = -(F^T)^{-1} S \quad (17)$$

$$\dot{R} = -F^{-1}(M\Phi + T) \quad (18)$$

ここで、 $\Phi = \{\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_N\}^T$ (19)

$$R = \{R_0, R_1, \dots, R_N\}^T \quad (20)$$

$$F_{kn} = \int_0^\pi \frac{P_n P_k}{R^{k-1}} \sin \theta \, d\theta \quad (21)$$

$$S_k = \int_0^\pi \left[\sum_{n=0}^N \frac{U \phi_n}{R^n} \left\{ (n+1) \cos \theta P_n + \sin \theta \frac{dP_n}{d\theta} \right\} + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{n=0}^N (n+1) \frac{\phi_n}{R^{n+1}} P_n \right\}^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \left(\sum_{n=0}^N \frac{\phi_n}{R^{n+1}} \frac{dP_n}{d\theta} \right)^2 - \frac{R^2}{\rho} \left\{ p_\infty - p + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} \right] P_k \sin \theta d\theta, \quad (22)$$

$$M_{kn} = \int_0^\pi \left\{ (n+1) P_n + \frac{R_0}{R} \frac{dP_n}{d\theta} \right\} \frac{P_k}{R^{n+k+1}} \sin \theta d\theta, \quad (23)$$

$$T_k = U \int_0^\pi \left(\cos \theta + \frac{R_0}{R} \sin \theta \right) \frac{P_k}{R^{k-1}} \sin \theta d\theta, \quad (24)$$

$$p = p_0 \left(\frac{V_0}{V} \right)^\gamma, \quad V = \frac{2}{3} \pi \int_0^\pi R^3 \sin \theta d\theta, \quad (25)$$

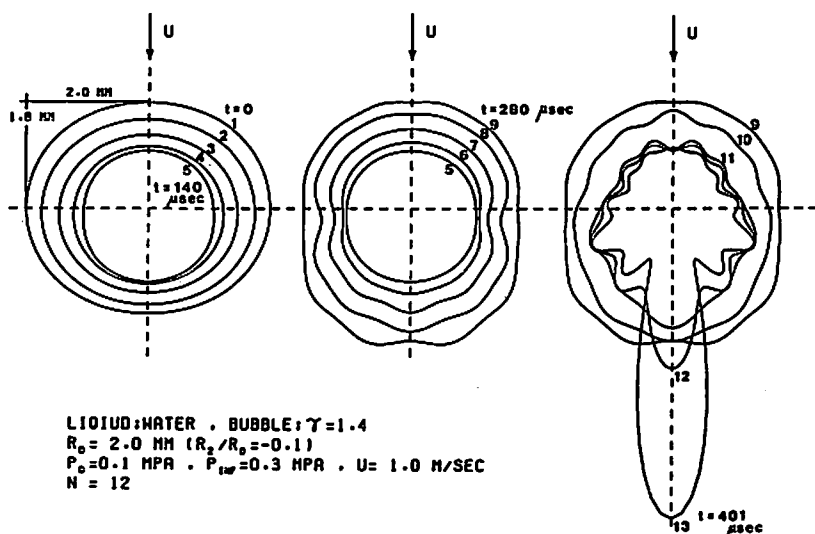


Fig. 11 Deformation of an oblate bubble in water under the influence of sudden pressure rise and induced liquid flow 1m/sec.

LIQUID: GLYCERIN, BUBBLE: $\gamma=1.4$
 $R_0 = 5.0 \text{ mm}$ ($R_1/R_0 = 0.1$)
 $P_0 = 0.1 \text{ MPa}$, $P_{209.9} = 0.7 \text{ MPa}$, $U = 4.0 \text{ m/sec}$
 $N = 12$

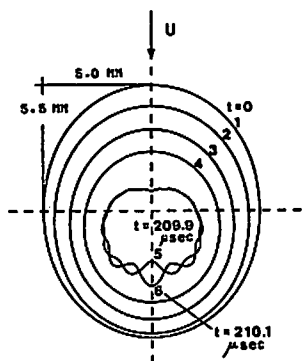


Fig. 12 Deformation of a prolate bubble in glycerin under the influence of sudden pressure rise and induced liquid flow 4m/sec.

であり、気泡まわりの誘起流れ U の効果は S_k , T_k に含まれている。07式と08式が初期条件03の下に二次精度の Runge-Kutta 法⁷⁾で時間積分され、気泡の挙動が求められた。

計算結果例が Fig. 11, 12 に示される。Fig. 11 は水中の半径 2mm の扁平な気泡が 2 気圧の圧力上昇と 1 m/sec の下流方向の流れによって変形を受ける様子を示している。この条件は著者らの以前の実験¹⁾において観察されたものである。気泡は下流方向へ 1m/sec で移動しながら、実験で観察された周期とほぼ同じ周期で収縮 (Fig. 11(a)), 膨張 (Fig. 11(b)) を行ない再び収縮 (Fig. 11(c)) するが、この時点で気泡が下流方向へジェットのように吹き出す様子が見られる。このジェットの速度は約 440m/sec という大きな値で、急速な不安定性の成長を示す。この現象はパラシュート

形変形と類似しており、気泡周囲の下流方向への流れによって引起こされた Kelvin-Helmholtz 不安定性に起因している。

次に、やはり以前の実験¹⁾と同じ条件下でグリセリン中における半径 5mm の扁長気泡が解析された (Fig. 12)。気泡は 6 気圧の圧力上昇と 4m/sec の勝起流れによって圧縮され、実験で観察されたように気泡上部が平らになる (Fig. 12, 5)。続いて 0.4μsec という短周期でパラシュート形 (Fig. 12, 6) が現われるがジェットを吹き出すには到らなかった。このような高周波の振動は粘性のために実験では減衰して現われないものであるが、計算では粘性を無視しているために生ずるのである。この計算結果から、気泡径と流速が大きくなると気泡上部が平らになることがわかる。

4. 結 論

- (1) グリセリン中の酸水素気泡の爆発によって、液中衝撃波の増幅、構造の変化、伝播速度の増加が観察された。
- (2) 初期気泡半径が小さくなると、気泡の連鎖爆発に限界が現われた。
- (3) 気泡爆発の理論的挙動は実験で得られた気泡の挙動とはほぼ一致し、気泡爆発による衝撃波の増幅、半径の違いによる連鎖爆発限界の存在を示した。

- (4) 実験で観察されたパラシュート形変形や気泡上部が平らになる変形は衝撃波によって生ずる液体の勝起流れに起因する現象である。

文 献

- 1) T. Fujiwara and T. Hasegawa, 13th International Symposium on Shock Tubes and Waves, p.724 (1981).
- 2) T. Hasegawa, T. Fujiwara and H. Itoh, 13th International Symposium on Space Technology and Science, p.583 (1982), AGNE Publishing Co, Tokyo.
- 3) D. L. Baulch et al., Evaluated Kinetic Data for High Temperature Reactions, Vol. 1 (1972), CRC Press.
- 4) T. Fujiwara, 15th Symposium (International) on Combustion, p.1515 (1974), The Combustion Institute.
- 5) D. Y. Hsieh, J. Basic Eng., Trans. A. S. M. E., 94 D, p.655 (1972).
- 6) A. Shima and Y. Sato, J. de Méch., 20, p.253 (1981).
- 7) F. B. Hildebrand, Introduction to Numerical Analysis, p.288 (1974), McGraw-Hill.

Shock Wave Propagation in Glycerin with Oxyhydrogen Bubbles

by Tatsuya HASEGAWA* and Toshitaka FUJIWARA*

In order to simulate the detonation propagation in bubbled explosives, shock wave propagation in glycerin with 70% Ar+30% ($2H_2 + O_2$) bubbles and associated bubble behaviors were observed in a vertical shock tube. It was found that once bubble explosion started, propagation continued, the amplitude and propagation velocity of the shock wave increased, and the pressure profile changed significantly. On the other hand, there was a limit in such chain bubble explosions, depending on the initial bubble radius. Theoretical analysis of bubble dynamics containing realistic oxyhydrogen reactions showed an agreement with the observed bubble behaviors, shock amplification and the existence of the limit in "bubble detonation".

(*Department of Aeronautical Engineering, Nagoya University,
Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya 464, Japan.)