

有限要素法の爆破工学への応用 (1)

—ガス圧による破壊現象の解析への応用—

伊藤一郎*・佐々宏一*・谷本親伯**

火薬類の爆発によって装薬室内壁に作用するガス圧によって生成する半径方向のき裂が進展するか否かは、き裂先端近傍における応力状態と材料の引張強度とによって決定される。したがって、生成するき裂の長さなどを推定するためにはき裂の進展にともなう材料内の応力状態がどのように変化するかについて検討しておく必要がある。そこでこの研究においては、複雑な形状をした物体内の応力状態を解析しうる有限要素法を用いてき裂の進展にともなう材料内の応力状態がどのように変化するかを解析した。

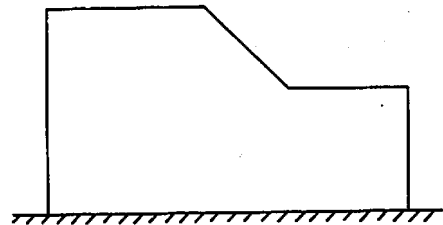
その結果、き裂先端に発生する応力集中の程度は半径方向のき裂の数が増えるにつれて減少すること、および、き裂内へ少しでも爆発生成ガスが進入し、き裂の内面に圧力が作用するようになるとき裂がさらに助長されることなどを明らかにした。

1. 結 言

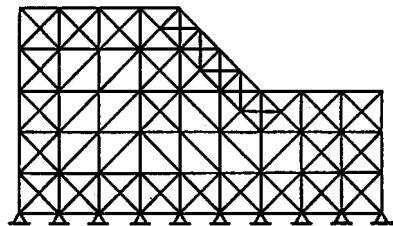
爆破による材料の破壊は、爆轟にともなう衝撃効果によって材料内へ投射される応力波による動的破壊と、爆発生成ガスの圧力およびその膨張にともなう準静的な破壊とが重畳して完了するものと考えられる。一般には、この両者は明瞭に区別できず、互いに重なりあつて材料の破壊を達成しているが、燃焼速度の比較的遅い火薬類を用いた場合には衝撃効果が減少し、爆発ガスの圧力による準静的な破壊が支配的となる¹⁾。したがって、このような場合の材料の破壊は装薬孔内に時間とともに徐々に変化する準静的な圧力が作用したと考えた場合について求めた応力解析結果を参照して検討することができる。そこで今回は、火薬類の爆発によって装薬室内壁に作用するガス圧によって生成する半径方向のき裂の進展や、発生したき裂の内部に進入したガスの圧力によって材料内の応力状態がどのように変化するかを有限要素法を用いて解析し、その結果を参照しつつガス圧による材料の破壊現象について検討したので、その結果を報告する。

2. 有限要素法について

有限要素法は近年電子計算機の発達とともに急速に発展してきたマトリックス構造解析法の一つであつて、Fig. 1 に示すように、連続体を節点のみで結合さ



Actual structure



Idealized structure

Fig. 1 Finite element idealization of a structure

れている簡単な形状をした要素の集合体であるとみなして解析を行なう方法である。したがって、従来解き得なかつたような非常に複雑な形状をしている物体内の応力や変形の状態も、簡単な形状をしたそれぞれの要素について求めた $(力) = (ばね定数) \times (変位)$ とい

昭和45年11月9日受理

* 京都大学工学部資源工学教室、京都市左京区吉田本町

** 西松建設株式会社、東京都港区芝西久保桜川町13

う関係を適当に加え合わせるることによつて得られる構造物全体のつり合い方程式を解くことによつて求めることが可能となる。なお、この方法では要素内では応力の急変がないように要素を分割する必要があるので、その解析精度を上げるためには、構造物を多数の要素に分割しなければならない。いま、構造物を n 個の要素に分割したところ要素の結合点である節点が m 個できたとしても、この構造物内の応力や変形の状態を求めるためには $2m$ 元の連立一次のつりあい方程式を解かなくてはならなくなる。したがつて、有限要素法を用いて弾性解析を行なう場合には、最終的には元数が数百以上の多元連立一次方程式をいかに上手に速く解くかということに帰着することになり、そのために電子計算機が利用されるわけである。

3. 半径方向のき裂の発達とそれにもなう応力状態の変化

かなりの長さをもつ円柱状装薬の場合には問題をほぼ2次元的に取り扱うるので、ここでは簡単にするために2次元問題として考えてみることにする。

弾性理論によれば、無限の伸びを持つと考えられる弾性体内に存在する半径 a の円孔内に内圧 P_0 が作用した場合に材料内の任意の点に発生する半径方向の応力 σ_r および接線方向の応力 σ_θ は次式ようになる。

$$\sigma_r = -(a/r)^2 P_0 \quad (1)$$

$$\sigma_\theta = (a/r)^2 P_0 \quad (2)$$

ここに r は応力を求めようとする点の円孔の中心からの距離である。したがつて、(2)式より明らかなように、この場合には円孔内壁にその内部に作用する圧力の大きさと等しい大きさを持つ引張応力が接線方向に作用することになる。いま、材料の引張強度を S_t とすると、 $P_0 < S_t$ の場合には材料は破壊せず、材料内部には(1)、(2)式で示される応力状態が生成する。しかし、爆破の場合のように P_0 が時間とともに増加し、 $P_0 > S_t$ となると、円孔内壁から半径方向にき裂が発生することになる。このように一たんき裂が発生すると、(1)、(2)式を導びいた条件である円孔という条件が満たされなくなるため、もはや(1)、(2)式の関係を用いて材料内の応力状態を計算することができなくなる。しかし、有限要素法を用いればき裂が発生した円孔内に内圧が作用した場合に材料内に発生する応力状態を解析しうるので、この方法を用いてき裂の長さや数と材料内の応力状態との関係について検討した。

さて、実際の爆破作業においては、装薬孔は完全な円孔ではあり得ず、また、材料の強度も円孔内壁のいたる所で全く同一であるということとはあり得ないの

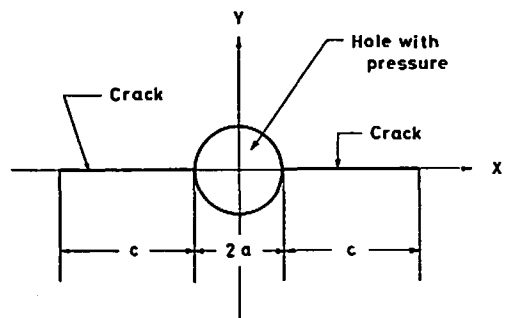


Fig. 2 An example of the conditions for the stress analysis.

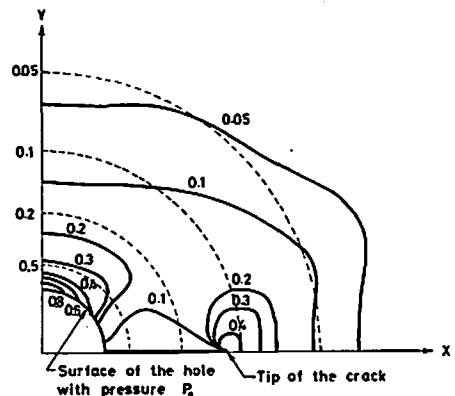


Fig. 3 Maximum tensile stress (σ_1) distributions for the cases $c = 2a$ (solid line) and $c = 0$ (broken line). Numbers attached on the curves are the values of σ_1/P_0 .

で、内圧の値が S_t に近づくとき装薬孔内壁の中で一番弱い所がまず破壊し、半径方向のき裂が発生するものと考えられ、さらに一個所にき裂が発生すると、それによってその反対側附近の応力が上昇するので、最初にできたき裂の反対側附近につぎのき裂が発生するであろうと考えることができる。そこでまず、Fig. 2に示すように、 x 軸にそつて正負両方向に同じ長さのき裂が発生したと仮定した場合をとりあげ、き裂の長さ(c)を順次変化させてき裂の進展にもなう材料内の応力状態の変化を計算した。それらの結果の一例として、Fig. 3は材料内の各点に発生する最大引張応力の値 σ_1 を内圧 P_0 で除した値が等しい点を連ねた等 σ_1/P_0 線図であつて、実線が x 軸にそつて長さが $2a$ のき裂が発生した場合のものであり、点線がき裂が存在しないと仮定した場合、すなわち、円孔内に P_0 なる内圧が作用した場合のものである。Fig. 3に示すように、半径方向のき裂が発生するとその先端に応力集中が発生し、き裂先端近傍の引張応力の値はき裂が発生していない場合にその点に発生していた応力よりも

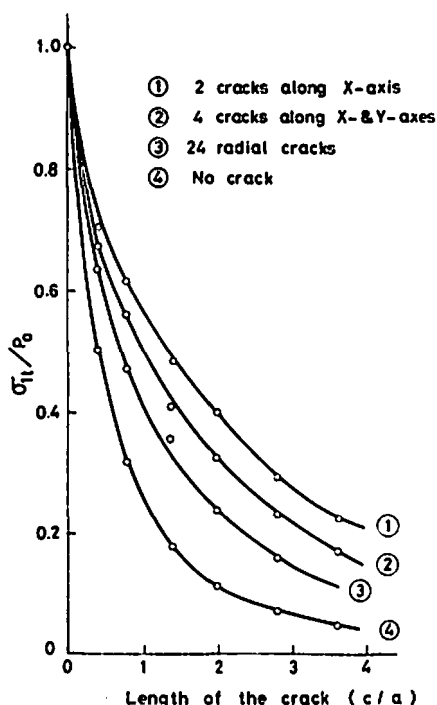


Fig. 4 Change in the tensile stress near the tip of the crack (σ_{tt}) with the length and the number of the crack. (The curve indicated by "No crack" is the change in the maximum tensile stress with the distance from the bore hole for the case where the hole has no crack.)

かなり大きくなることがわかる。さらにまた、半径方向のき裂が進展するか否かは、き裂先端近傍の応力状態と材料の引張強度とによって決定されるから、ガス圧によって生成する半径方向のき裂が進展する長さなどは、この種の応力解析結果と火薬類による材料の破壊実験結果および装薬孔内壁に作用する圧力の実測結果とを対比して検討することによって推定することが可能となる。

さて、き裂先端近傍の応力値は当然き裂の長さとき裂の数とによって変化する。そこで上記の解析条件のほかに、 x 軸および y 軸にそって正負両方向、したがって、互いに直交する4方向にき裂が発生した場合および 15° の一定間隔で24本の放射状き裂が発生したと仮定した場合とについて、き裂の先端近傍に発生する引張応力の値を計算した。Fig. 4は、き裂の進展にともなうき裂先端近傍の引張応力の変化をき裂の数をパラメータとして図示したものであるが、この図より、き裂の先端近傍に発生する引張応力(σ_{tt})の値がき裂の長さが長くなるにつれて減少する程度は、き

裂が存在しない場合に材料内に発生する引張応力の値が円孔の中心からの距離の増大とともに低下する程度(距離の2乗に逆比例)よりもかなりゆるやかであること、および、き裂の数が多くなるにつれてき裂先端近傍に発生する引張応力の値が低下することがわかる。このことは、孔内に作用する圧力の値が同一であっても、4方向にき裂が進展する場合に生成するき裂の長さは2方向のみにき裂が進展する場合に生成するき裂の長さよりも短くなることを示している。この結果は、き裂の生成ということが表面エネルギーの増大を意味していることから理解することができる。

4. き裂内部へ進入した爆発生成ガスの圧力によるき裂の助長

上記のように、装薬室内壁に作用する圧力の大きさが材料の引張強度以上になると装薬室内壁から半径方向のき裂が生成することになるが、このように半径方向のき裂が生成するとそのき裂内へは爆発生成ガスが進入するものと考えられる。しかし、ガスはき裂の先端までは達せず、さらに進入する深さが深くなるにつれて温度の低下と膨張のためにき裂内へ進入したガスの圧力は低くなるものと考えられる。そこで今回は、Fig. 5に示すように、 c なる長さのき裂内に円孔壁面から d の深さまでガスが進入したと仮定した場合には、き裂内壁に作用するガス圧の大きさは円孔内壁においては P_0 であるが、き裂内部へ入るにつれて直線的に減少し、進入ガスの先端においてはその圧力は零になると仮定して、き裂内へ進入したガスの圧力によってき裂先端近傍の材料内の応力状態がどのように変

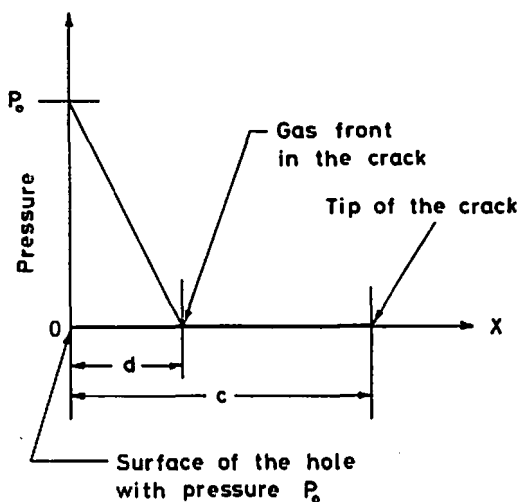


Fig. 5 Pressure distribution in the crack which is used for the stress analysis when the depth of the penetration of the gas into the crack is d .

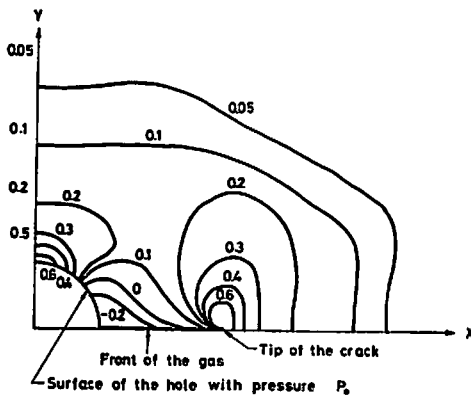


Fig. 6 Maximum tensile stress (σ_1) distribution for the case $c = 2a$, $d = 0.8a$. Numbers attached on the curves are the value of σ_1/P_0 .

化するかについて検討した。それらの結果の一例として、Fig. 3 に示した条件と同様に、 x 軸の正および負方向にそって長さが $2a$ のき裂が存在する場合についてき裂内に円孔内壁から $0.8a$ の深さまでガスが進入した場合、すなわち、Fig. 5 において $c = 2.0a$, $d = 0.8a$ とした場合の等 σ_1/P_0 線を示したのが Fig. 6 である。まず、き裂内にガス圧が作用していない場合の Fig. 3 に示した等 σ_1/P_0 線と、き裂内にガス圧が作用した場合のそれ (Fig. 6) とにおいて、き裂の方向と直交する方向、すなわち、 y 軸と円孔内壁との交点近傍の引張応力の値とき裂の先端近傍におけるそれとを対比してみると、ガスがき裂内へ進入していない場合には $0.8P_0$ および $0.4P_0$ という値であったそれぞれの点の応力が、ガスが進入することによって $0.6P_0$ および $0.6P_0$ という値に変化している。このことは、き裂内へガスが進入することによってき裂先端近傍の引張応力の値は増加し、き裂の方向と直交する方向と円孔内壁との交点近傍の円孔内壁に発生する引張応力の値は低下することを示している。さらにまた、両条件の場合の応力値を対比することによって、き裂内へガスが進入していない場合には x 軸にそうき裂のほかに y 軸にそのようなき裂も発生する可能性があるが、ガスがき裂内に進入すると y 軸にそうき裂が発生しなくなり、 x 軸にそう 2 本のき裂のみが助長されやすくなることわかる。つぎに、Fig. 7 は、き裂の進展とともにき裂先端近傍に発生する引張応力の値 (σ_{II}) がどのように変化するかをき裂内へ進入したガスの先端の位置をパラメータとして図示したものであって、曲線 ③ がき裂内へガスが進入していない場合、すなわち、 $d = 0$ の場合であり、② および ① で示した曲線がガスがき裂内へ進入し、Fig. 5 に示したような

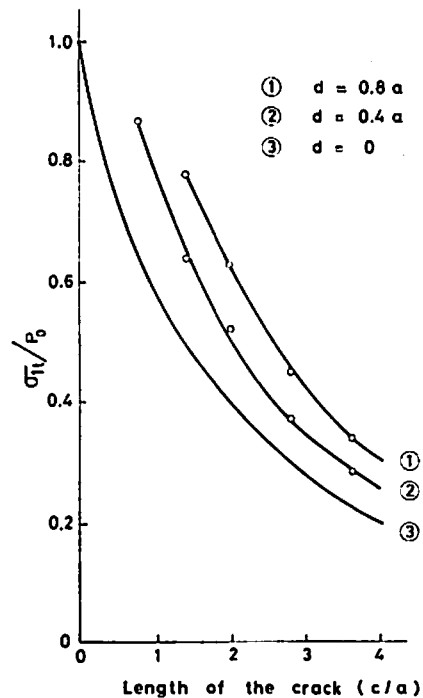


Fig. 7 Effect of the gas penetration into the crack on the tensile stress near the tip of the crack (σ_{II}).

圧力がき裂内壁に作用した場合のそれらであって、 $d = 0.4a$ および $d = 0.8a$ の場合の計算結果である。Fig. 7 より、き裂内へ少しでもガスが進入し、き裂内面にガス圧が作用するようになるとき裂先端近傍に発生する引張応力の値がかなり増大することがわかる。したがって、たとえば円孔内壁のみに圧力が作用しているという状態では d なる長さのき裂しか生成しない場合でも、その後き裂内にガスが進入し、き裂内面にガス圧が作用するようになるとそれによってき裂先端の応力が増大するために、き裂がさらに進展し長くなるものと考えられる。このようなことから、主としてガス圧のみを作用させた場合に生成するき裂の長さはき裂内にどこまでガスが進入するかということおよびその圧力の大きさに大きく関係しているものと考えることができる。さらにまた、この場合のき裂先端の進展速度は、き裂内へのガスの進入速度と密接な関係にあることがわかる。なお、上記の計算結果は、主としてガス圧のみで材料を破壊した場合に発生したき裂の幅と、装薬孔内に圧力が作用しはじめてからその材料が破断するまでの時間との間に相関関係があるという実験結果²⁾を裏づけている。

5. 結 言

この研究においては、複雑な形状をした物体内に生

ずる応力状態を解析しうる有限要素法を用いて、装薬孔内に準静的な圧力が作用した場合に発生する半径方向のき裂の生成と、その進展にともなう材料内の応力状態の変化状態を解析し、ついで、生成した半径方向のき裂内へ爆発生成ガスが進入し、き裂内面に圧力が作用した場合にはどのような応力状態が生ずるかを解析した。その結果、き裂先端に発生する応力集中の程度は半径方向のき裂の数が多くなるにつれて減少すること、および、き裂内へ少しでも爆発生成ガスが進入し、き裂の内面に圧力が作用するようになるとき裂が

さらに助長されることなどを明らかにすることができた。また、このような応力解析結果を用いることによってき裂が進展する長さなどを推定しうる可能性もあることも示した。なお、今回の応力解析は京都大学計算センターにある電子計算機 KDC-II (HITAC 5020) を使用して行なつたことを附記しておく。

参 考 文 献

- 1) 伊藤、佐々、谷本：材料，20，209，(1971)
- 2) 伊藤、佐々、谷本：土木学会昭和45年全国大会講演要集

Application of the Finite Element Method for the Blasting Research (1)

—Application for the Studies on the Breakage of a Material Caused by Explosion Gas Pressure—

by Ichiro Ito*, Koichi Sasa* and Chikaosa Tanimoto**

When an explosive having the low velocity of deflagration is used to break a material, the breakage is completed mainly by the quasi-static stress caused by the pressure of the explosion gas. Therefore, in this study the mechanism of the breakage of the material caused by the gas pressure, which is applied at the inner surface of a circular hole, is discussed by referring to the results of the stress analyses performed by using the finite element method for the various conditions which are considered to come out during the progress of the breakage. For example, the changes in the stress distribution in the material with the growth of the radial cracks and the penetration of the explosion gas into the crack are computed.

As the results, it is clarified that the pattern of the crack produced actually by the gas pressure in the bore hole can be explained clearly by referring to the results of the stress analyses. And finally, the possibility to predict the length of the crack due to the gas pressure is proposed.

(*Faculty of Engineering, Kyoto University, Kyoto, Japan,

** Nishimatsu Construction Co. Ltd., Tokyo, Japan.)