

# 砲内弾道の相似性に関する研究

(昭和32年5月18日 受理)

清水 武夫

(細谷火工株式会社)

## I. 緒 言

砲内弾道の相似性については Sarraw, Gossot 及び Liouville の研究に始まり、後 Émery, Röggl によつてその一般論と見るべきものが公にされた<sup>1)</sup>。また我が国に於いてもこの理論が拡張され、これに基づいて旧陸軍帯状薬弾道表が成立した<sup>2)</sup>。

ここにいう相似性とは砲内圧力、初速、経過時間等を求める解式に於いて、装填条件より成る或る媒介変数(パラメーター)を同一とする弾道は互に一致することをいう。しかして相似性研究の目的は発射器、発射体、火薬の装填条件が砲内諸元に如何なる影響を及ぼすかを概観し、或は相似条件に基づいて弾道表を編纂するにある。弾道表は種々な逆計算を暗算を用いることなく可能ならしめるから、これによつて弾道解法は至便なものとなる。

従来の相似性の研究は火砲内圧力に関するものを主としていた。筆者は Charbonnier 及び Sugot の弾道解法を検討し、発射体の砲内任意点に於ける存速及び運動経過時間に関しても圧力の場合と同一のパラメーター関係によつて相似性が成立することを見出した。また従来は火薬の燃焼間に限られていたが、筆者は燃焼間及び燃焼完了後に於いても同一のパラメーター関係により相似性が成立することを見出した。これによつて従来は燃焼間のみに対して編纂された弾道表を燃焼完了前後期を通ずる一貫した弾道表に拡張し得ることを明かにした。

## II. 記号及び単位

発射筒に関するもの

- $c$  : 発射体後面の筒内容積 (dm<sup>3</sup>)
- $c'$  : 薬室容積 (dm<sup>3</sup>)
- $\rho$  : 膨脹比,  $\rho = c/c'$
- $\sigma$  : 筒内横断面積 (dm<sup>2</sup>)

発射体に関するもの

- $p$  : 弾量 (kg)

- $v$  : 存速 (dm/sec)
- $x$  : 弾丸経過長 (dm)
- $t$  : 弾丸起動よりの経過時間 (sec)

火薬に関するもの

- $f$  : 火薬の力 (dm)
- $A$  : ビバシチー (1/sec)
- $\eta$  : 火薬の実用コポリウム
- $\delta$  : 火薬の密度
- $n$  : 火薬ガスの平均断熱膨脹係数
- $\gamma$  : 火薬ガスの断熱膨脹係数
- $\varphi(z)$  : 火薬の形状に関する燃焼函数
- $z$  : 火薬の燃焼比であつて既に燃焼した量と最初の全量との比

$$\eta_z = \frac{1}{\delta} + \left( \eta - \frac{1}{\delta} \right) z$$

- $\omega$  : 装薬量 (kg)

$$\Delta = \omega/c' \quad \text{装填比}$$

- $P$  : 火薬ガスによる筒内圧力 (kg/dm<sup>2</sup>)

複合語元

$$\mu = i \frac{p}{g} \left( 1 + \lambda \frac{\omega}{p} \right) \quad \text{仮想弾量}$$

- $i$  : 砲内弾道係数(発射筒の阻碍抗力に関する係数)
- $\lambda$  : 火薬片及び火薬ガス中その $\lambda$ 倍丈の部分は発射体と共に運動し、他は発射筒と共に静止するものと看做す。

$$\xi = \left( A \frac{\mu}{\sigma} \right) \left( A \frac{f\omega}{\sigma} \right) \quad \text{装填率}$$

弾道函数

- $\Pi$  : 圧力に関する函数
- $\tau$  : 発射体の存速に関する函数
- $\tau$  : 経過時間に関する函数

添字 所要に応じて上記の記号に次の添字を附する。

0: 発射体の起動時

m: 最大腔圧点

l: 燃焼完了点

その他諸函数を表わすために〔〕記号を用いることがある。

### III. 弾道基本式と一般解式

ここには解法に用いた基本式を掲げ、次にそれより出発して求めた一般解式を掲げ途中の計算は省略する。

#### 3.1 基本式

Résal の式

$$\frac{f\omega z}{n-1} = \frac{1}{2}\mu v^2 + \frac{P}{n-1}(a-\eta_1\omega) \quad (1)$$

Newton の運動式

$$\mu \frac{dv}{dt} = \sigma P \quad (2)$$

火薬の燃焼式

$$\frac{dz}{dt} = AP\varphi(z) \quad (3)$$

発射体の起動時に於ける式

$$P_0 = \frac{f\omega z_0}{(c'-\eta_1\omega)} \quad (4)$$

燃焼完了後の断熱膨張式

$$P(c-\eta\omega)^{\gamma} = \text{const.} = K \quad (5)$$

#### 3.2 弾道一般解

(1) 火薬の燃焼間

この期間に於いては上掲の基本式より  $v \sim z$ ,  $c \sim z$ ,  $P \sim z$  の関係式を求めることが出来る。解法を省略して結果のみを記載すれば、

 $v \sim z$  式

$$v = \frac{\sigma}{A\mu} [V] \quad (6)$$

但し

$$V(0, z) = \int_0^z \frac{dz}{\varphi(z)} \quad (7)$$

$$[V] = V(z_0, z) = \int_{z_0}^z \frac{dz}{\varphi(z)} \\ = V(0, z) - V(0, z_0) \quad (8)$$

 $c \sim z$  式

$$c = c' \cdot S(z_0, z, \xi, \Delta) \quad (9)$$

但し

$$S(z_0, z, \xi, \Delta) = \eta_1 \Delta + \exp. \\ \left[ \int_{z_0}^z F dz \right] \left\{ (1 - \eta_1 \Delta) - \Delta \left( \eta - \frac{1}{\delta} \right) \times \right. \\ \left. \int_{z_0}^z \exp. \left[ - \int_{z_0}^z F dz \right] dz \right\} \quad (10)$$

(10) 式中

$$F \equiv F(z_0, z, \xi) \\ = \frac{1}{\xi z - \frac{n-1}{2} [V]^2} \cdot \frac{[V]}{\varphi(z)} \quad (11)$$

 $P \sim z$  式

$$P = f \cdot \pi(z_0, z, \xi, \Delta) \quad (12)$$

但し

$$\pi(z_0, z, \xi, \Delta) = \frac{z - \frac{n-1}{2} \cdot \frac{1}{\xi} [V]^2}{\Delta S(z_0, z, \xi, \Delta) - \eta_1} \quad (13)$$

最大腔圧の条件式は、記号

$$M(z_0, z, \xi, \Delta) = \frac{[S] - \eta_1}{\Delta} \times \\ \frac{1}{\xi z - \frac{n-1}{2} [V]^2} \times \\ \left\{ n \frac{[V]}{\varphi(z)} - \xi \right\} \quad (14)$$

とおいて

$$M(z_0, z, \xi, \Delta) = \left( \eta - \frac{1}{\delta} \right) \quad (15)$$

にて得られる。これを満足する  $z$  を  $z_m$  にて表わせば、最大腔圧点に於ける砲内諸元は (6), (9), (12) 式より夫々

$$v_m = \frac{\sigma}{A\mu} V(z_0, z_m) \quad (16)$$

$$c_m = c' \cdot S(z_0, z_m, \xi, \Delta) \quad (17)$$

$$P_m = f \cdot \pi(z_0, z_m, \xi, \Delta) \quad (18)$$

燃焼完了点に於いては (6), (9), (12) 式にて  $z=1$  とすればよい。即ち

$$v_1 = \frac{\sigma}{A\mu} V(z_0, 1) \quad (19)$$

$$c_1 = c' \cdot S(z_0, 1, \xi, \Delta) \quad (20)$$

$$P_1 = f \cdot \pi(z_0, 1, \xi, \Delta) \quad (21)$$

#### (2) 火薬の燃焼完了後

この期間に於いては  $v \sim c$ ,  $P \sim c$  の関係を直接に求めることが出来る。結果を記載すれば

$P \sim c$  式

$$P = [\theta] \cdot P_1 \quad (22)$$

但し

$$[\theta] = \frac{c_1 - \eta\omega}{c - \eta\omega} \quad (23)$$

$v \sim c$  式

$$v^2 = v_1^2 + \frac{2}{\gamma - 1} \cdot \frac{P_1}{\mu} \times \frac{c_1 - \eta\omega}{(c_1 - \eta\omega)(1 - [\theta]^{-1})} \quad (24)$$

### IV. 基礎函数の実用的表示

先づ上記解式中火薬の燃焼比  $z$  を更に弾丸無過長その他実用に便利な諸元の函数として表わしておく。

#### 4.1 $z$ と $\rho$ との関係

(9) 式を  $c'$  にて除すると,  $\rho$  の記号に従つて

$$\rho = S(z_0, z, \xi, \Delta),$$

$z$  と  $\rho$  との函数関係を転換すると

$$z = z(z_0, \rho, \xi, \Delta) \quad (25)$$

然るに (4) 式より

$$z_0 = \frac{\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\delta}}{\frac{1}{\frac{P_0}{f}} + \left(\eta - \frac{1}{\delta}\right)} = z_0\left(\Delta, \frac{P_0}{f}\right) \quad (26)$$

(26) 式を (25) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} z &= z\left[\rho, z_0\left(\Delta, \frac{P_0}{f}\right), \xi, \Delta\right] \\ &= z\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \end{aligned} \quad (27)$$

今  $z$  の特別な場合を考察すれば, 燃焼完了点では  $z=1$ ,  $\rho=\rho_1$  であるから (27) 式は

$$z\left(\rho_1, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) - 1 = 0$$

即ち

$$\phi\left(\rho_1, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) = 0$$

とおくことが出来る。これより

$$\rho_1 = \rho_1\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (28)$$

最大腔圧点に於いては  $z=z_m$ ,  $\rho=\rho_m$  であるから (27) 式より

$$z_m = z\left(\rho_m, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (29)$$

最大腔圧の条件 (15) 式に (26), (29) 式を適用すれば

$$\begin{aligned} M\left\{z_0\left(\Delta, \frac{P_0}{f}\right), z\left(\rho_m, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right), \xi, \Delta\right\} - \left(\eta - \frac{1}{\delta}\right) &= 0 \end{aligned}$$

即ち

$$\psi\left(\rho_m, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) = 0 \quad (30)$$

とおくことが出来る。これより

$$\rho_m = \rho_m\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (31)$$

#### 4.2 基礎函数中 $z$ の実用諸元による置換

III. に掲げた基礎函数中後の便宜の為その中に含まれる  $z_0$ ,  $z$  を  $\rho$ , その他の実用諸元によつて置換しておく必要があるものは  $[V]$ ,  $[S]$ ,  $[\pi]$ ,  $[\theta]$  である。(26), (27) 式を之等の式に適用するときは容易に次の関係が得られる。

$$[V] = V\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (32)$$

$$[S] = S\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (33)$$

$$[\pi] = \pi\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (34)$$

$$[\theta] = \theta\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (35)$$

## 4.3 相似弾道解式の誘導

## (1) 圧力式

火薬の燃焼間, (12) 式に (34) 式を代入して

$$\frac{P}{f} = [\pi] = \pi\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (36)$$

燃焼完了点, 上式中  $P=P_1$ ,  $\rho=\rho_1$  として

$$\frac{P_1}{f} = \pi\left(\rho_1, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right)$$

これに (28) 式を考慮するとこれは

$$\begin{aligned} \frac{P_1}{f} &= \pi\left\{\rho_1\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right), \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right\} \\ &= \pi_1\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \end{aligned} \quad (37)$$

となる。

燃焼完了後, (22) 式に (35), (37) 式を代入して

$$\begin{aligned} \frac{P}{f} &= \theta \left\{ \left( \rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta \right) \right\}^\tau \times \\ &\pi_1\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) = \pi\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \end{aligned} \quad (37')$$

以上によつて圧力式は燃焼完了の前後期を通じて一貫した形式

$$\frac{P}{f} = \Pi\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (38)$$

にて表わされる。

## (2) 速度式

火薬の燃焼間, (6) 式に (32) 式を代入すれば

$$A \frac{\mu}{\sigma} v = V\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (39)$$

燃焼完了点,  $v=v_1$ ,  $\rho=\rho_1$  として

$$A \frac{\mu}{\sigma} v_1 = V\left(\rho_1, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right)$$

(28) 式を考慮すると

$$A \frac{\mu}{\sigma} v_1 = V_1\left\{\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right\} \quad (40)$$

燃焼完了後, (24) 式中の  $v_1$ ,  $P_1$ ,  $c_1$  に夫々(19), (20),

(21) 式を代入すれば

$$\begin{aligned} v^2 &= \left(\frac{\sigma}{A\mu} [V_1]\right)^2 + \frac{2}{\gamma-1} \cdot \\ &\frac{1}{\mu} f [\pi_1] (c [S_1] - \eta \omega) (1 - [\theta]^{r-1}) \end{aligned}$$

両辺に  $\left(\frac{A\mu}{\sigma}\right)^2$  を乗じて変形すれば

$$\begin{aligned} \left(\frac{A\mu}{\sigma} v\right)^2 &= [V_1]^2 + \frac{2}{\gamma-1} \left(f A^2 \cdot \frac{\mu}{\sigma} \cdot \frac{\omega}{\sigma}\right) \times \\ &[\pi_1] \left(\frac{[S_1]}{\Delta} - \eta\right) (1 - [\theta]^{r-1}) \end{aligned} \quad (41)$$

一方に於いて (13) 式を燃焼完了点に導けば

$$[\pi_1] = \frac{1 - \frac{n-1}{2} \cdot \frac{1}{\xi} [V_1]^2}{\frac{[S_1]}{\Delta} - \eta} \quad (42)$$

(42) 式を (41) 式に代入し且  $\xi = f A^2 \cdot \frac{\omega}{\sigma} \cdot \frac{\mu}{\sigma}$  なることを考慮して変形すれば

$$\begin{aligned} \frac{A\mu}{\sigma} v &= \left\{ [V_1]^2 + \left(\frac{2}{\gamma-1} \xi \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{n-1}{\gamma-1} [V_1]^2 \right) (1 - [\theta]^{r-1}) \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

(32) 式の  $[V]$  を燃焼完了点に導けば, (28) 式を考慮して

$$[V_1] = V_1\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right)$$

これと (35) 式とを上式に代入すれば

$$\begin{aligned} \frac{A\mu}{\sigma} v &= \left[ V_1^2\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) + \left\{ \frac{2}{\gamma-1} \xi \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{n-1}{\gamma-1} V_1^2\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \right\} \times \right. \\ &\left. \left\{ 1 - \theta^{r-1} \left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= V\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \end{aligned} \quad (43)$$

よつて速度式も燃焼完了の前後期を通じて一貫した形式

$$\frac{A\mu}{\sigma} v = \Gamma\left(\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta, \rho\right) \quad (44)$$

にて表わされる。

## (3) 時間式

発射体運動発起よりの時間式は (44) 式を積分して得られる。即ち

$$A \frac{\mu}{\sigma} \cdot \frac{dx}{dt} = \Gamma\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right) \quad (45)$$

然るに

$$\sigma x = e - e',$$

即ち

$$\frac{\sigma}{e'} x = (\rho - 1),$$

従つてこれより

$$dx = \frac{e'}{\sigma} d\rho$$

これを(45)式に代入して

$$\begin{aligned} dt &= A \frac{\mu}{\sigma} \cdot \frac{e'}{\sigma} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right)} d\rho \\ &= \frac{\xi}{A f \Delta} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right)} d\rho \end{aligned}$$

これを積分して

$$t = \frac{\xi}{A f \Delta} \int_1^{\rho} \frac{d\rho}{\Gamma\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right)} \quad (45')$$

然るに積分記号内の函数は下限  $\rho=1$  に於いて無限大となり、数値積分が出来ないから実際には  $\rho_1 > 1$  なる適当な値を下限として積分する。記号として之を

$$[r]_{\rho_1} = \frac{\xi}{\Delta} \int_{\rho_1}^{\rho} \frac{d\rho}{\Gamma\left(\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta\right)} \quad (46)$$

を用いると(45)'式は

$$A f t = [r]_{\rho_1} = r_{\rho_1} \left( \rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta \right) \quad (47)$$

となる。但し  $t$  は発射体が  $\rho_1$  より  $\rho$  まで運動する間の経過時間である。

以上のように発射体の運動経過時間は燃焼完了の前後期を通じて一貫した形式で表わされる。

## V. 相似弾道の諸性質

### 5.1 相似弾道の基本式

以上に於いて求められた圧力、存速、経過時間に関する三つの式、即ち(36)、(44)、(47)

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{f} &= \Pi \left( \rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta \right) \\ A \frac{\mu}{\sigma} v &= \Gamma \left( \rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta \right) \\ A f t &= r_{\rho_1} \left( \rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta \right) \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

が相似弾道の基本式となる。これ等はどれも  $\rho, \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta$  をパラメーターとするから、この四元の値を相似条件と称することとする。これは火薬の燃焼完了の前後期を通ずるものである。特殊点については既述の通りであるが、また(48)式に条件  $\rho_m, \rho_1$  等を代入してもこれに於ける相似弾道の解式を得る。例えば最大径圧点に於いては  $\rho_m$  は(31)式により  $\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta$  の函数であるから、上式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_m}{f} &= \Pi_m \left( \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta \right) \\ A \frac{\mu}{\sigma} v_m &= \Gamma_m \left( \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta \right) \\ A f t_m &= r_{\rho_1 m} \left( \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta \right) \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

となり、各函数は  $\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta$  の三元をパラメーターとする。

### 5.2 相似条件を一定とした場合の弾道諸元と発射器、発射体、火薬に関する諸元との相互関係の考察

#### $\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta$ 一定なる相似弾道

今  $\phi(\pi)$  を同一とする火薬について  $\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta$  なる相似条件を同一とする多数の弾道について考える。この場合は(48)式によつて  $\rho \sim \frac{P}{f}, \rho \sim A \frac{\mu}{\sigma} v, \rho \sim A f t$  なる弾道は互に重なる。 $\frac{P_0}{f}, \xi, \Delta$  が互に同一ということは如何なることであろうか。これを構成装填諸元によつて書き換えてみると結局次のようになる。

$$\begin{aligned} \log P_0 - \log f &= K_1 \\ 2 \log A - 2 \log \sigma + \log \mu + \log \omega \\ &+ \log f = K_2 \\ \log \omega - \log e' &= K_3 \end{aligned}$$

$K_1, K_2, K_3$  は夫々常数である。 $P_0, f, A, \sigma, \mu, \omega, e'$  の7個の元について条件式の数は3個であるか

ら  $7-3=4$  個の装填諸元は自由に選び得ることになる。逆にこの4個を定めれば他は定まることになる。従つて7個の元のうち何れの4個をとるかによつて、これらの組合せの数だけの種類に相当して弾道が得られるわけである。更に実用上  $\rho \sim P$ ,  $\rho \sim v$  の相等的い弾道を得ようとすれば (48) 式左辺により条件として

$$\log f = K_1$$

$$\log A + \log \mu - \log \sigma = K_2$$

の二つを追加しなければならないから、この場合任意に選び得る元の数に  $7-3-2=2$  個となる。この場合は7個の元から2個宛とつた組合せだけの種類の弾道をつくるのが可能となる。また更に (48) 式左辺を考慮し  $\rho \sim t$  を同一とする条件

$$\log A + \log f = K_3$$

を入れると、この場合は  $7-3-2-1=1$  となり、任意に定め得る元の数に1個であつて、7個から1個あてとつた種類、即ち7通りの仕方相似弾道をつくるのが可能である。

5.3 相似条件を変化させた場合の相似弾道の変化 (弾道函数の変化)

次には相似条件,  $\frac{P_0}{f}$ ,  $\xi$ ,  $A$  を変化させた場合  $\rho \sim \frac{P}{f}$ ,  $\rho \sim A \frac{v}{\sigma}$ ,  $\rho \sim A f t_1$  の形は如何に変化するかを考察する。これは弾道函数  $[\Pi]$ ,  $[\tau]$ ,  $[\tau]_{\rho}$  の  $\frac{P_0}{f}$ ,  $\xi$ ,  $A$  による変化を考察すればよい。この形は如何なる火薬にも共通ではなく  $\varphi(z)$  火薬の燃焼函数に依存するからこれをここでは一定と考える。筆者は長沢重五氏の採用せられた带状薬の燃焼函数<sup>1)</sup>に若干の修正を施してこれを用いて弾道函数を計算した。

薬種及び薬形: 無煙火薬, 带状

諸常数  $\gamma=1.20$ ,  $n=1.25$ ,  $\delta=1.57$ ,  $\eta=1.10$

燃焼函数  $\varphi(z)$  は  $z=0.5$  に応ずる  $\varphi(z)$  を基準とし  $\varphi(0.5)=1.0$  とおく。その値は次表の通りである。

その計算結果の主要なものを図示すれば、図 1~10 の如くである。図中の太線は火薬の燃焼間、細線は燃焼完了後、○印は燃焼完了点を示す。以下之等の図に基いて考察する、

(1)  $\rho \sim [\tau]$  曲線の考察

図 1 は  $\frac{P_0}{f} = \text{const.}$ ,  $A = \text{const.}$  なる条件のもとに  $\xi$  を変化させた場合の  $[\tau]$  曲線である。図に於いて  $\xi$  の変化による影響は、実用範囲で相当に大きいことが知られる。

$\varphi(z)$  の表

$z$	$\varphi(z)$	$z$	$\varphi(z)$	$z$	$\varphi(z)$
0.00	0.000	0.34	1.142	0.68	0.891
0.02	1.550	0.36	1.120	0.70	0.880
0.04	1.590	0.38	1.100	0.72	0.868
0.06	1.605	0.40	1.080	0.74	0.855
0.08	1.602	0.42	1.061	0.76	0.842
0.10	1.592	0.44	1.045	0.78	0.830
0.12	1.575	0.46	1.030	0.80	0.817
0.14	1.550	0.48	1.017	0.82	0.802
0.16	1.516	0.50	1.000	0.84	0.787
0.18	1.470	0.52	0.989	0.86	0.768
0.20	1.419	0.54	0.975	0.88	0.749
0.22	1.354	0.56	0.962	0.90	0.727
0.24	1.303	0.58	0.950	0.92	0.702
0.26	1.262	0.60	0.937	0.94	0.671
0.28	1.226	0.62	0.926	0.96	0.632
0.30	1.196	0.64	0.916	0.98	0.580
0.32	1.167	0.66	0.903	1.00	0.000

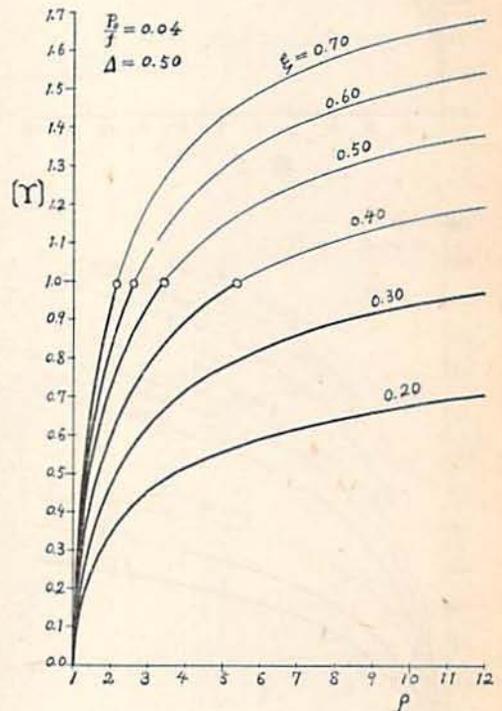


図 1

図 2 は  $\frac{P_0}{f} = \text{const.}$  なる条件のもとに各々の  $\xi$  に応じて  $A$  を変化させた場合の曲線である。これによると  $A$  による影響は  $\xi$  による影響に比較してあまり大きくないことが知られる。

図3, 図4は  $\frac{P_0}{f}$  の変化による影響を見る為の曲線である。この影響は  $\Delta$  が小さいときに大きいことが

両図の比較によつて知られる。また  $\xi$  が大であるほど  $\frac{P_0}{f}$  の影響は小さいことも知られる。

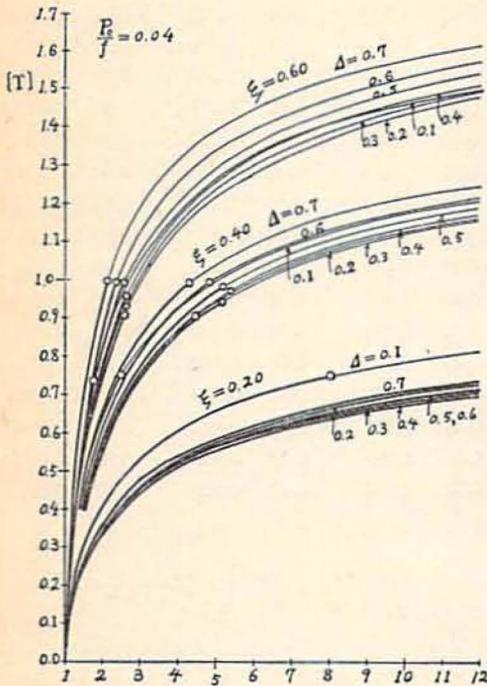


図 2

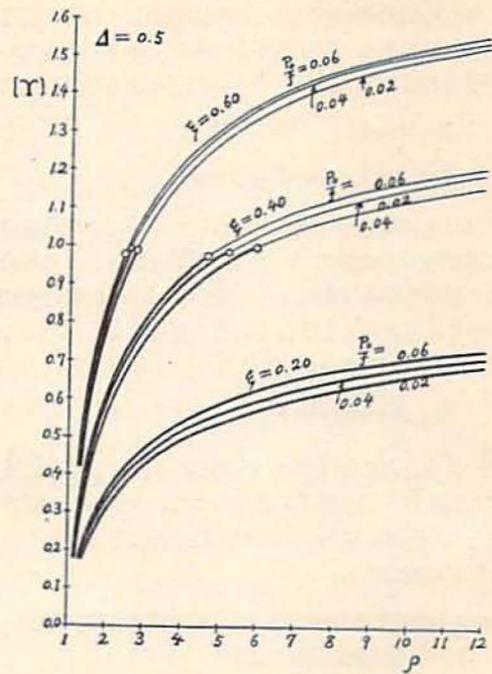


図 4

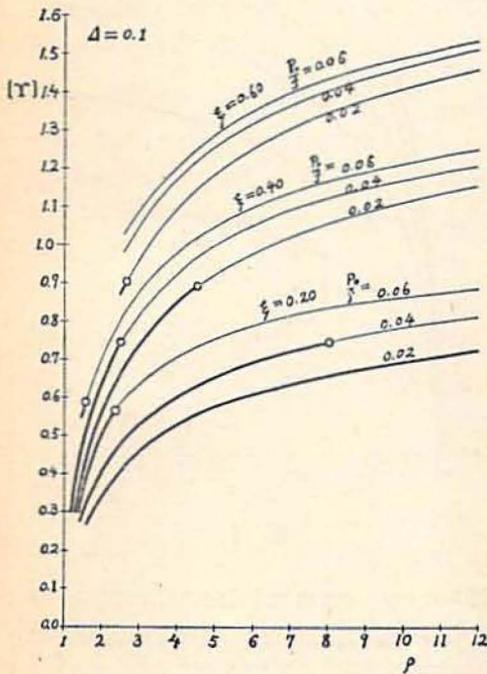


図 3

(2)  $\rho \sim [II]$  曲線の考察

図5は  $\frac{P_0}{f} = \text{const.}$ ,  $\Delta = \text{const.}$  なる条件のもとに

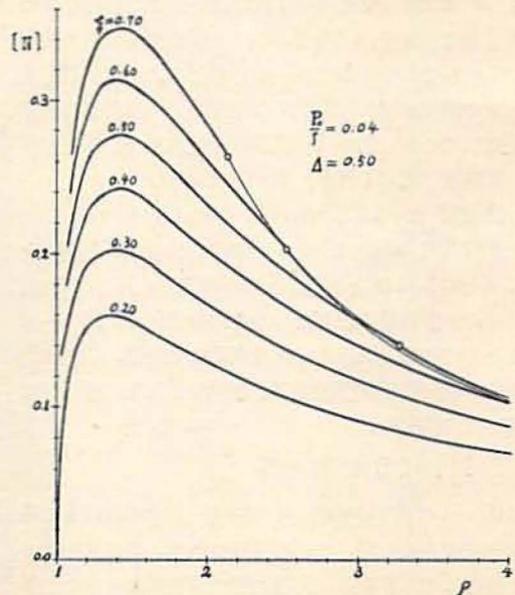


図 5

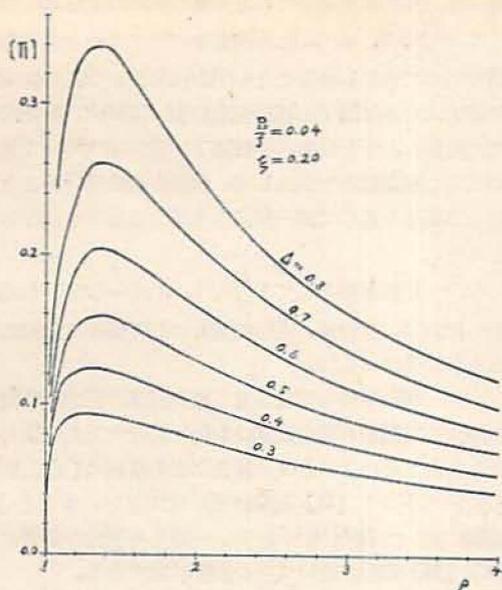


図 6

を变化させた場合の曲線である。図によると  $\delta$  の変化による影響は相当大きい、燃燒完了後の曲線は互に相重なることは注目すべきである。

図6は  $\frac{P_0}{f} = \text{const.}$ ,  $\xi = \text{const.}$  なる条件のもとに  $\delta$  を变化させた場合の曲線である。これによると  $\delta$  の変化による  $[II]$  の変化は甚だ大である。後の図8で知られるようにこの関係は  $\delta$  が大となるに従つて  $\delta$  の  $[II]$  に及ぼす影響は増々大となる。この点は  $[T]$  曲線の場合と全く異なる性質である。即ち  $A \frac{\mu}{\sigma}$  なる値は  $\delta$  の変化によつてあまり影響されないが、 $\frac{P}{f}$  なる値は甚しく  $\delta$  の変化によつて影響される。

図7は  $\xi = \text{const.}$  とした場合  $\frac{P_0}{f}$  の変化が  $[II]$  に及ぼす影響を見る為のものである。この影響は実用範囲ではあまり大ではなく、また  $\delta$  の変化によつても  $\frac{P_0}{f}$  の影響はあまり変わらない。

図8は  $[II_m]$  函数の曲線であつて、これが  $\frac{P_0}{f}$ ,  $\delta$ ,  $A$  の三元によつて如何に変化するかを知る為のもので発射器の設計上極めて重要なものである。\*図によれば  $[II_m]$  は  $\delta$  の小さい範囲では  $\delta$  の変化による影響は比較的小さいが、 $\delta$  が増すに従つてその影響が

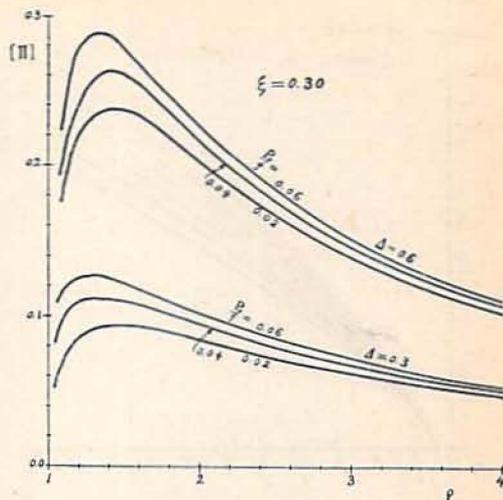


図 7

著しくなる。しかしてこの場合は  $\delta = 0.70$  附近にて  $[II_m]$  に及ぼす  $\delta$  と  $\frac{P_0}{f}$  の影響はほぼ同一となる。

(3)  $p \sim [T]$  曲線の考察

図9は  $\frac{P_0}{f} = \text{const.}$ ,  $\delta = \text{const.}$  なる条件のもとに  $\xi$  を变化させた場合函数  $[T]$  の状況を示す。この曲線群は  $\xi$  の変化によつてあまり大なる変化をしないことが知られる。

図10は  $\frac{P_0}{f} = \text{const.}$ ,  $\xi = \text{const.}$  なる条件のもとに  $\delta$  を变化させた場合の  $[T]$  の状況を示す。但し  $\delta = 0.50$  に応ずる部分のみ  $\frac{P_0}{f}$  の影響をしらべる為にはこの値が  $\frac{P_0}{f} = 0.02$  及び  $0.04$  に応ずるものも記入した。これによつてみると  $\delta$  の変化による影響は先の  $\xi$  の影響よりはるかに大きく、且  $\delta$  が小さいほど  $[T]$  函数は大きくなる。これはこれまでの  $[T]$  及び

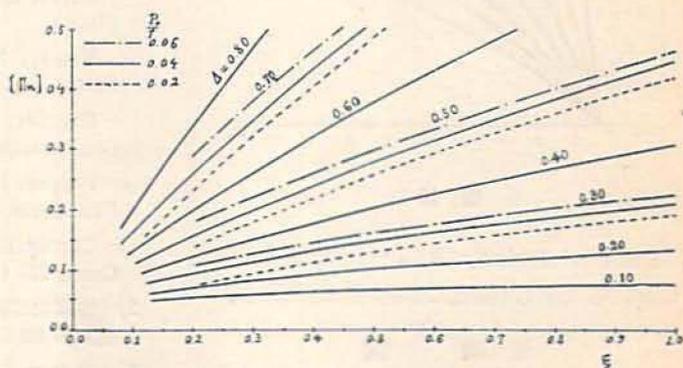


図 8

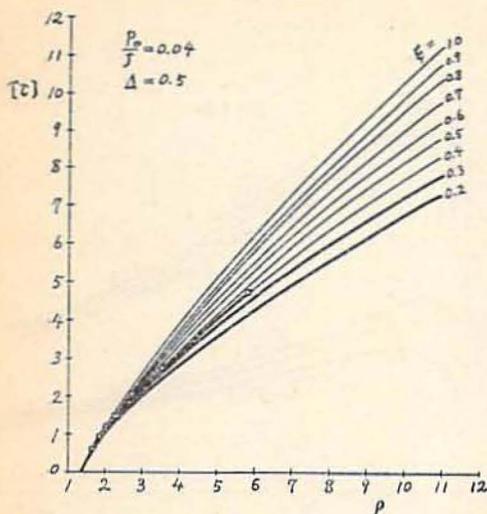


図 9

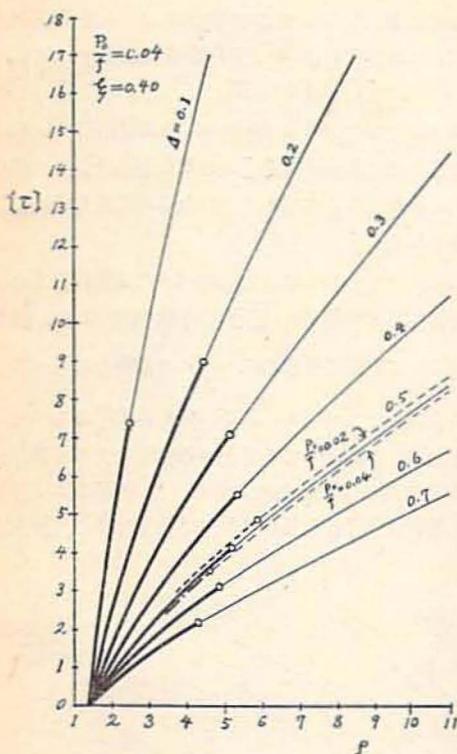


図 10

[II] 函数と全く逆の性質である。 $\frac{P_0}{f}$  の影響も同様に逆であるが、これらの変化による影響は小である。

## VI 結 論

(1)  $\varphi(\varepsilon)$  を一定とする砲内弾道の解式は速度式、

時間式、圧方式を通じて、又火薬の燃燃の前後期を通じて  $\frac{P_0}{f}$ ,  $\xi$ ,  $\delta$ ,  $\rho$  なる四元をパラメータとする函数を以て表示し得ることを明かにした。これは従来の圧方式のみに関する相似弾道を更に速度式、時間式に迄拡張し、また従来の燃燃完了の前後期に於いて異っていた弾道解法を改良して、弾道函数を用いることにより両期を通じて同一解式にて解くことを可能ならしめた。

(2) 相似条件として  $\frac{P_0}{f}$ ,  $\xi$ ,  $\delta$  を一定とした場合の発射器、発射体、火薬の諸元の相互関係は如何になるかを明かにした。

(3) 相似条件を変化させた場合速度、圧力、時間に関する三種の弾道函数は如何に変化するかを明かにした。これによると  $\delta$  の変化による影響は [r] 函数に於いて小さく [II] 函数に於いて大きい。また [r] 函数に於いて甚だ大である。一方  $\xi$  の変化の影響は [r], [II] 函数に於いてその影響が大である。

(4) 以上によつて弾道表編纂の方法が与えられ、また弾道計算によらずして弾道の傾向に関して大体の判断を下すことを可能ならしめるであろう。

本文は  $\varphi(\varepsilon)$  を一定とした場合の相似性に関するものであるが、任意の  $\varphi(\varepsilon)$  に適合し得る相似性については稿を改めて報告する。

本文について先に山家信次博士は筆者の為特に数日をさいて校閲せられ種々懇切な批判を賜わつた。然るにその後旬日を出でずして博士の薨去に接した。哀悼に堪えず、ここに当時の報文を抜萃報告し以て博士の靈前にささげる。

## 文 献

- 1) Sarrau, Recherches théoriques sur le chargement des bouches à feu (Paris, 1882).  
Gossot and Liouville. Mém. poudres, 13, 1 (1905).  
Émery, Mém. de l'artillerie Franc., 2, 21 (1923).  
Röggla, Mitt. Gegenstände d. Artill. u. Geniewesens, 45, 1, 149 (1914).  
Pappas, Heerestechnik 161 (1930); Mém. de l'artillerie Franc., 10, 581 (1931).  
Corner, Theory of the Interior Ballistics of Guns, 226 (1950).
- 2) 陸軍砲工学校射撃学教程砲内弾道学 (高等科砲兵用) p. 82 (昭和8年)
- 3) 同上 p. 52, 山家信次, 砲内弾道学講義, 第四編 砲内弾道学発達の沿革, p. 19

## On Similarity Relations of Interior Ballistics

by Takeo Shimizu

Studies of ballistic similarity have been published first by Sarraw, Gossot and Liouville and later by Émery and Rögglä: there the pressure curve on the course of burning of propellant was mainly treated. Here I shall present a more general solution. The similarity relations are shown by following equations:

$$A \frac{\mu}{\sigma} v = \Gamma \left( \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta, \rho \right)$$

$$\frac{P}{f} = \Pi \left( \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta, \rho \right)$$

$$A f t = \tau \left( \frac{P_0}{f}, \xi, \Delta, \rho \right)$$

where

A: vivacity of the propellant,

f: force of explosives,

$$\mu: i - \frac{p}{g} \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{\omega}{p} \right)$$

 $\omega$ : charge weight,

p: shot weight,

i: a ballistic constant, which takes 1.0~1.1,

v: velocity of the shot,

 $\sigma$ : bore section area,

t: time of traveling of the shot,

P: space mean pressure behind the shot,

 $P_0$ : shot-start pressure, $\xi$ : modulus of charge,

$$\xi = \left( A \frac{\mu}{\sigma} \right) \left( A \frac{f v}{\sigma} \right),$$

 $\Delta$ : loading density,  $\Delta = \omega/c'$ , $c'$ : initial space behind the shot,

c: space behind the shot,

 $\rho$ : expansion ratio,  $\rho = c/c'$ , $\Gamma$ : velocity function, $\Pi$ : pressure function. $\tau$ : time function,

Each of the functions  $\Gamma$ ,  $\Pi$ , and  $\tau$  has four common parameters,  $\frac{P_0}{f}$ ,  $\xi$ ,  $\Delta$  and  $\rho$ . These equations are adaptable for all time of traveling of the shot, whether the propellant is burning or not. This fact enables us to tabulate these functions by using four common parameters as indices. Using ballistic tables thus obtained, we can solve problems very simply as to pressure, velocity and time, because we need not keep in mind whether the propellant is burning or not. Moreover we can see the feature of ballistics in these tables without calculation.

It should be remembered that this theory of similarity is applied only when the shape of the propellant is constant. About a similarity which should be applied for any shape of propellants I shall report shortly. (Hosoya Fireworks Co., Ltd.)

清水武夫：煙火の打揚弾道について

(工業火薬協会誌第18巻第3冊) 正誤表

頁	行	誤	正	頁	行	誤	正
212	上 3	木	水	215	上 7	17~24	17, 18, 24
214	上 12	ノ	No. 2 (三寸)	215	図 7	◎19	削除
214	上 15	ノ	No. 3 (三寸)	217	右下 4	三寸	三吋
214	上 16	ノ	No. 1 (三吋)	218	右下 1	ノ	三吋
214	上 17	ノ	No. 5 (五寸)	224	右下 18	,	.
214	上 19	No. 5 (五寸)	ノ				