混合装薬に関する砲内弾道解法

(昭和30年12月20日 受理)

清 水 武 夫

(細谷火工株式会社)

I. 緒 言

混合装薬に関する砲内弾道解法の一般理論式は筆者の知り得る限りにて於いて未だ発表された文献は見当らない。而してこの解法は特に煙火の打揚の場合の如き黒色火薬に関する理論解法の前提となるべきものと思われる。之は黒色火薬の薬粒の大きさ及び形状が不斉であつて普通の理論解法を以つてすることは殆んど不可能であるからである。而して我々の欲するところは解法が各成分火薬について対称的であり，而も簡易にして実用的な理論式を導出するにある。之が為に筆者は各火薬相互の関係を連結すべき新たな一つの媒介変数を導入することを考案してその目的を達することが出来た。而して本文の解法はその特別の場合として単一装薬の場合にももとより適用し得，且装薬の形状，ビバシチー，火薬の力等を異にする任意の数の成分火薬の混合装薬について計算し得る点に於いて従来よりも更に一般的な砲内弾道解法と看做されるであろう。

II. 記号及び単位

発射筒に関するもの

a：筒の口径 (dm)

c：発射体後面筒内全容積 (dm^3)

C：筒内全容積 (dm^3)

c'：薬室容積 (dm^3)

$\rho=C/c'$：膨脹比

σ：筒内横断面積 (dm^2)

発射体に関するもの

p：重量 (kg)

v：筒内任意点の速度 (dm/sec)

V：初速 (dm/sec)

火薬に関するもの

f：火薬の力 (dm)

A：ビバチチー (1/sec)

η：火薬の実用コボリウム

δ：火薬の密度 ($\eta=\frac{1}{\delta}=1.10$ を採用する)

n：火薬ガスの平均断熱膨脹係数

γ：火薬ガスの断熱膨脹係数

($n \fallingdotseq \gamma \fallingdotseq 1.25$ を採用する)

$\varphi(Z)$：火薬の形状に関する燃焼函数

G：火薬の形状に関する係数

(管状火薬 $G \fallingdotseq 0$，紐状火薬 $G=1$)

Z：火薬の燃焼比であつて既に燃焼ガス化した量と最初の全量との比

ω：全装薬量 (kg)

$\Delta=\omega/c'$：装塡比重

P_0：発射体起動時の圧力 (kg/dm^2)

複 合 諸 元

$\mu=i\frac{p}{g}\left(1+\lambda\frac{\omega}{p}\right)$：仮想弾量

i：砲内弾道係数 (発射筒の阻碍抗力に関する係数)

λ：火薬片及び火薬ガス中その λ 倍丈の部分は発射体と共に運動し，他は発射筒と共に静止するものと看做す。

$X=\frac{\rho-\eta\Delta}{1-\eta\Delta}$：発射体の筒内運動経過長と装塡比重とに関する函数

弾道補助函数及び補助変数

$k=\int_0^t Pdt$：媒介変数 (装薬の成分火薬相互の関係を連結する変数)

k_0：発射体の起動時に於ける k の値

添字 i：一般に燃焼完了時刻の順に並べて i 番目の火薬を表わす。

〃 j：燃焼を完了した火薬を表わす。

〃 l：最後に燃焼を完了する火薬の燃焼完了点の諸元を表わす。

〃 s：発体の運動発起前に燃焼する火薬を表わす。

$(i, i+1)$：第 i 番目の火薬と次の第 $(i+1)$ 番目の火薬との間の燃焼区間を示す。

添字 $i, i+1$：同上の区間に応ずる値を示す。

$M=\sum_{i \neq j} f_i\omega_i A_i$：焼燃未完了火薬に関するもの。

$M_0=\sum_{i \neq s} f_i\omega_i A_i$：燃焼未完了火薬に関するもの。

$N=\sum_{i\neq j} f_i\omega_i A_i^2 G_i$：燃焼未完了火薬に関するもの。

$N_0=\sum_{i\neq s} f_i\omega_i A_i^2 G_i$：燃焼未完了火薬に関するもの。

$U=\sum_{j} f_j\omega_j$：燃焼完了火薬に関するもの。

$U_0=\sum_{s} f_s\omega_s$：燃焼完了火薬に関するもの。

（発射体運動発起前）

$$b=\frac{\sigma^2}{\mu},$$

$$\alpha=\frac{N}{4}\cdot\frac{\mu}{\sigma^2}+\frac{n-1}{2},$$

$$\beta=\frac{M}{2}\cdot\frac{\mu}{\sigma^2}+\frac{n-1}{2}k_0,$$

$$\gamma=U\cdot\frac{\mu}{\sigma^2}-\frac{n-1}{2}k_0^2,$$

$$\sqrt{D}=\sqrt{\beta^2+\alpha\gamma},$$

$$e=\frac{\beta+\sqrt{D}}{\alpha},$$

$$f=-\frac{\beta-\sqrt{D}}{\alpha},$$

$$E=\frac{(e-k_0)}{\alpha(e+f)},$$

$$F=\frac{(f+k_0)}{\alpha(e+f)},$$

$$h=P_0(c'-\eta\omega)-U_0,$$

$K_{i,i+1}$：区間 $(i, i+1)$ に於いて使用すべき c に関する積分常数，即ち

$$K_{0,1}=(c'-\eta\omega)(e_{0,1}-k_0)^{E_{0,1}}(f_{0,1}+k_0)^{F_{0,1}},$$

$$K_{i,i+1}=K_{i-1,i}\frac{(e_{i,i+1}-k_i)^{E_{i,i+1}}(f_{i,i+1}+k_i)^{F_{i,i+1}}}{(e_{i-1,i}-k_i)^{E_{i-1,i}}(f_{i-1,i}-k_i)^{F_{i-1,i}}}$$

Ⅲ. 解　　法

解式を導出するに当つては混合装薬の成分をなす火薬の数には特別の制限を設けない。而して夫等の特徴数を次の如くする。

火薬 1.	f_1,	A_1,	G_1,
火薬 2.	f_2,	A_2,	G_2,
……			
火薬 i.	f_i,	A_i,	G_i,
……			

燃焼函数 $\varphi(z)$ としては各種の形状に適用し得べき最も一般的と考えられる次式を採用する[1]。

$$\varphi(z_i)=\sqrt{1-GZ_i}$$

また簡単の為次の略近を用いる。

$$\eta=\frac{1}{\delta}$$

このことは η が火薬燃焼の全期を通じて不変であることを示す。

3.1. 基本式

次のものを用いる。

（i） Résal の式

$$\sum_{i\neq j}\frac{f\omega_i Z_i}{n-1}+\sum_{j}\frac{f_j\omega_j}{n-1}=\frac{1}{2}\mu v^2+\frac{P}{n-1}(c-\eta\omega)$$

但し　$\omega=\sum_{i\neq j}\omega_i+\sum_j\omega_j$

(ii) Newton の運動式

$$\mu\frac{dv}{dt}=\sigma P$$

(iii) 火薬の燃焼式

$$\frac{dZ_1}{dt}=A_1\varphi_1(Z_1)P$$

$$\frac{dZ_2}{dt}=A_2\varphi_2(Z_2)P$$

……………………

$$\frac{dZ_i}{dt}=A_i\varphi_i(Z_i)P$$

……………………

(iv) 発射体の起動時のエネルギー式

之は基本式（i）中 $Z=Z_0$, $c=c'$, $v=0$ とおいて

$$\sum_{i\neq s}f_i\omega_i Z_{i_0}+\sum_s f_s\omega_s=P_0(c'-\eta\omega)$$

ここに左辺第一項中 Z_{i_0} は起動燃焼比を示し，第二項は起動前に燃焼完了した火薬に関するものである。

（v） 全火薬燃焼完了後の断熱膨脹式

$$P(c-\eta\omega)^{\gamma}=\text{const}$$

3.2. 燃焼間の解法

〔1〕 媒介変数 k の導入

基本式 (iii) を火薬 1, 2, ……, i, …… について積分すると

$$\frac{1}{A_1}\int_0^{Z_1}\frac{dZ_1}{\varphi_1(Z_1)}=\int_0^t Pdt$$

$$\frac{1}{A_2}\int_0^{Z_2}\frac{dZ_2}{\varphi_2(Z_2)}=\int_0^t Pdt$$

……………………

$$\frac{1}{A_i}\int_0^{Z_i}\frac{dZ_i}{\varphi_i(Z_i)}=\int_0^t Pdt$$

……………………

之より

$$\frac{1}{A_1}\int_0^{Z_1}\frac{dZ_1}{\varphi_1(Z_1)}=\frac{1}{A_2}\int_0^{Z_2}\frac{dZ_2}{\varphi_2(Z_2)}=\cdots\cdots$$

$$=\frac{1}{A_i}\int_0^{Z_i}\frac{dZ_i}{\varphi_i(Z_i)}=\cdots\cdots$$

$$=\int_0^t Pdt=k \tag{1}$$

とおく。今 $\varphi_i(Z_i)=\sqrt{1-G_iZ_i}$ を用いると

$$\int_0^{Z_l} \frac{dZ_l}{\varphi_l(Z_l)} = \frac{2}{G_l}(1-\sqrt{1-GZ_{ll}})$$

となるから之を (1) 式に代入して

$$\frac{2}{A_lG_l}(1-\sqrt{1-G_1Z_1})$$

$$=\frac{2}{A_2G_2}(1-\sqrt{1-G_2z_2}=\cdots\cdots$$

$$=\frac{2}{A_lG_l}(1-\sqrt{1-G_lZ_l})=\cdots\cdots=k \quad (2)$$

ここに k は各成分火薬相互の関係を連結すべき新たな媒介変数である。以下この媒介変数を利用し $k\sim z_l$, $k\sim v$, $k\sim c$, $k\sim P$ 等の関係を求める。然るときはこの k を媒介とすることによつて $c\sim Z$, $c\sim v$, $c\sim P$ 等の関係が求められる。

〔2〕 $k\sim Z_l$ の関係

上記 (2) 式は k と Z_l との関係を示すものであるが，後の便宜の為 Z_l を k の函数で表わしておく。即ち (2) より

$$Z_l=kA_l\left(1-\frac{k}{4}A_lGi\right) \quad (3)$$

また第 i 番の火薬が燃焼完了して $Z_l=1$ となつたときの k_l の値は (2) 式より直に

$$k_l=\frac{2}{A_lG_l}(1-\sqrt{1-G_l}) \quad (4)$$

但し k_l の添字 i は第 i 番の火薬の燃焼完了点に応ずる k の値を示す。

〔3〕 $k\sim v$ の関係

基本式 (ii) より

$$\mu\frac{dv}{dt}=\sigma P$$

同 (iii) より

$$\frac{dZ_l}{dt}=A_l\varphi_l(Z_l)P$$

辺々相除して P, t を消去する

$$dv=\frac{\sigma}{\mu}\cdot\frac{1}{A_l}\cdot\frac{1}{\varphi_l(Z_l)}dZ_l$$

之を積分して

$$\int_0^v dv=\frac{\sigma}{\mu}\cdot\frac{1}{A_l}\left\{\int_0^{Z_l}\frac{dZ_l}{\varphi_l(Z_l)}-\int_0^{Z_0}\frac{dZ_l}{\varphi_l(Z_l)}\right\}$$

之に (1) 式を代入して

$$v=\frac{\sigma}{\mu}(k-k_0) \quad (5)$$

但し k_0 は発射体の運動発起点に於ける k の値である。この k_0 は次の如して求める。基本式 (iv) より

$$\sum_{i\neq s} f_l\omega_lZ_{l_0}=P_0(c'-\eta\omega)-\sum_s f_s\omega_s=h$$

とおき之に (3) 式中 $Z_l=Z_{l_0}, k=k_0$ とおいて上式に代入すれば

$$\sum_{i\neq s} f_l\omega_lk_0A_l\left(1-\frac{k}{4}A_lG_l\right)=h$$

之より

$$N_0k_0^2-2k_0\cdot 2M_0+4h=0$$

なる二次方程式が得られる。之より

$$k_0=2\left(\frac{M_0\pm\sqrt{M_0^2-hN_0}}{N_0}\right) \quad (6)$$

〔4〕 $k\sim c$ の関係

基本式 (i) より

$$\sum_{i\neq j}\frac{f_l\omega_lZ_l}{n-1}+\sum_j f_j\omega_j=\frac{1}{2}\mu v^2+\frac{P}{n-1}(c-\eta\omega)$$

基本式 (ii) を書き換えて

$$\mu v\frac{dv}{dc}=P$$

之を上式の P に代入するときは

$$-k^2\left(\frac{N}{4}+a\right)+k(M+2ak_0)+F-ak_0^2$$

$$=b(k-k_0)(c-\eta\omega)\frac{dk}{dc}$$

但しここで

$$a=\frac{n-1}{2}\cdot\frac{\sigma^2}{\mu},\qquad b=\frac{\sigma^2}{\mu}$$

この式を I の記号を考慮して変形すれば

$$\frac{dc}{c-\eta\omega}=\frac{(k-k_0)dk}{-\alpha k^2+2\beta k+\gamma} \quad (7)$$

今

$$-\alpha k^2+2\beta k+\gamma$$

$$=-\alpha\left(k-\frac{\beta+\sqrt{D}}{\alpha}\right)\left(k-\frac{\beta-\sqrt{D}}{\alpha}\right)$$

$$=\alpha(e-k)(f+k) \quad (8)$$

なることを考慮すれば (7) 式は

$$\frac{dc}{c-\eta\omega}=\frac{(k-k_0)dk}{\alpha(e-k)(f+k)}$$

II の記号を考慮して右辺を更に変形すれば

$$\frac{dc}{c-\eta\omega}=E\frac{dk}{e-k}-F\frac{dk}{f+k}$$

之を積分して

$$\int_{c'}^{c}\frac{dc}{c-\eta\omega}=E\int_{k_0}^{k}\frac{dk}{e-k}-F\int_{k_0}^{k}\frac{dk}{f+k}$$

但し e, f, E, F は区間によつて異るから，ここでは第 1 区間 (0,1) に於ける積分を示す。第 i 番目の区間 (i−1, i) では之に応ずる e, f, E, F を用い且積分の下限は c_{l-1}, k_{l-1} をとるのである。之は対数積分であるから，積分せられた値は

$$\frac{c-\eta\omega}{c'-\eta\omega}=\frac{(e-k)^{-E}}{(e-k_0)^{-E}}\cdot\frac{(f+k)^{-F}}{(f+k_0)^{-F}} \quad (9)$$

書きなおして

$$(c'-\eta\omega)(e-k_0)^E(f+k_0)^F$$
$$=(c-\eta\omega)(e-k)^E(f+k)^F \qquad (10)$$

左辺は常数であるから之をKとおいて

$$K=(c'-\eta\omega)(e-k_0)^E(f+k_0)^F \qquad (11)$$

従つて (10) より

$$(c-\eta\omega)=K(e-k)^{-E}(f+k)^{-F} \qquad (12)$$

之が求める $k\sim c$ の関係式である。

次に区間の接続の條件をしらべてみる。(12)式を第一区間の (0,1) 終点に導くと (e, f, E, F, K に添字を附して区間を区別する)

$$(c_1-\eta\omega)=K_{01}(e_{01}-k_1)^{-E_{01}}(f_{01}+k_1)^{-F_{01}} \qquad (13)$$

第二区間 (1, 2) の始点について書けば

$$(c_1-\eta\omega)=K_{12}(e_{12}-k_1)^{-E_{12}}(f_{12}+k_1)^{-F_{12}} \qquad (14)$$

上二式で c_1 と k_1 とは共通である。(13) 式と (14) 式とは相等しいから

$$\frac{K_{12}}{K_{01}}=\frac{(e_{12}-k_1)^{E_{12}}(f_{12}+k_1)^{F_{12}}}{(e_{01}-k_1)^{E_{01}}(f_{01}+k_1)^{F_{01}}} \qquad (15)$$

之より K_{12} の値が求められる。$K_{i,i+1}$ を求める最も一般な式は同様にして

$$\frac{K_{i,i+1}}{K_{i-1,i}}=\frac{(e_{i,i+1}-k_i)^{E_{i,i+1}}(f_{i,i+1}+k_i)^{F_{i,i+1}}}{(e_{i-1,i}-k_i)^{E_{i-1,i}}(f_{i-1,i}+k_i)^{F_{i-1,i}}} \qquad (16)$$

而して区間 $(i, i+1)$ に於ける c の値は (12) 式を一般化して

$$(c-\eta\omega)=K_{i,i+1}(e_{i,i+1}-k)^{-E_{i,i+1}}(f_{i,i+1}+k)^{-F_{i,i+1}} \qquad (17)$$

次に (17) 式より $(c-\eta\omega)$ が無限大でない為の條件，換言すれば筒長を無限にとればその何れかの点で火薬が全部燃焼完了する為の條件を求めておく。$(c-\eta\omega)$ が無限大でない為には (17) 式より $(e_{i,i+1}-k)$ が零より大であることが必要である。従つて

$$e_{i,i+1}>k$$

即ち

$$\left(\frac{\beta+\sqrt{D}}{\alpha}\right)_{i,i+1}>k$$

之を全火薬の燃焼完了点に導けば，この点では $N=0$，$M=0$，$U_t=\sum_j f_j\omega_j$ であるから II の記号を顧慮すれば，

$$\alpha=\frac{n-1}{2},\qquad \beta=\frac{n-1}{2}k_0$$

$$\gamma=\frac{\mu}{\sigma^2}U-\frac{n-1}{2}k_0^2$$

之を上式に代入して整理すれば

$$\sqrt{\frac{2}{n-1}\cdot\frac{\mu U_t}{\sigma^2}}>k_t-k_0 \qquad (18)$$

上式は求める條件式である。

全火薬が燃焼完了をしているか否かの判定は

$c_t < C$　燃焼完了

$c_t > C$　燃焼未完了

にてなし得る。

〔5〕 $k\sim P$ の関係

基本式 (i) より

$$P=\frac{\sum_{i\neq j} f_i\omega_i Z_i+\sum_j f_j\omega_j\frac{n-1}{2}\mu v^2}{c-\eta\omega}$$

Z_i, v に (3), (5) 式を代入し II の記号を考慮して整理すれば

$$P=b\frac{-\alpha k^2+2\beta k+\gamma}{c-\eta\omega} \qquad (19)$$

式は更に分子を因数分解して

$$P=b\alpha\frac{(e-k)(f+k)}{c-\eta\omega} \qquad (20)$$

(12) 式を之に代入して

$$P=\frac{b\alpha}{K}\cdot(e-k)^{1+E}\cdot(f+k)^{1+F} \qquad (21)$$

区間を区別して書けば，一般に区間 $(i, i+1)$ では

$$P=b\left(\frac{\alpha}{K}\right)_{i,i+1}(e_{i,i+1}-k)^{1+E_{i,i+1}}\cdot(f_{i,i+1}+k)^{1+F_{i,i+1}} \qquad (22)$$

となる。

〔6〕 最大腔圧

(21) 式の対数をとると

$$\log P=\log\frac{b\alpha}{K}+(1+E)\log(e-k)+(1+F)\log(f+k)$$

之を微分し $\frac{dP}{dk}$ を求め之を零に等しくおく。即ち

$$\frac{dP}{dk}=P\left(-\frac{1+E}{e-k}+\frac{1+F}{f+k}\right)=0$$

$P\neq 0$ とすれば右辺括弧内は零とならなければならない。之を満足する k が最大腔圧に応ずる k_m である。従つてこの関係より

$$k_m=\frac{e(1+F)-f(1+E)}{E+F+2} \qquad (23)$$

(23) を (12) 式に代入すれば最大腔圧点 $(c_m-\eta\omega)$ が求められる。また (23) を (21) 式に代入すれば，最大腔圧 P_m が求められる。即ち

$$c_m-\eta w=K\left(\frac{E+F+2}{e+f}\right)^{E+F}(1+E)^{-E}(1+F)^{-F} \qquad (24)$$

$$P_m=\frac{b\alpha}{K}\left(\frac{c+f}{E+F+2}\right)^{E+F+2}$$
$$\times(1+E)^{1+E}(1+F)^{1+F} \qquad (25)$$

実用的には (24), (25) 式によらず, (23) 式によつて先ず k_m を計算し, 次いで (12) 式によつて $c_m-\eta\omega$ を計算し, この k_m と $c_m-\eta\omega$ を (20) 式に代入して P_m を計算する方が簡便である。

3.3. 燃焼完了点の解法

各成分火薬の燃焼完了点については (4) 式によつて k_i が求められるから之を (12) 式に代入して各火薬の燃焼完了点に応ずる c_i が求められる。また之に応ずる v_i, P_i は夫々 (5), (20) 式より求められる。k_i のうち最大なるもの, 即ち

$$k_l=\int_0^{t_l}Pdt \qquad (26)$$

は全火薬の燃焼完了時間 t_l に応ずる値である。従つてこの k_l を用いて同様に (12), (5), (20) より燃焼完了点に応ずる c_l, v_l, P_l が求められる。

3.4. 燃焼完了後の解法

全火薬が燃焼完了した後に於ける解法は混合装薬の場合も単一装薬の場合と何等変るところはない。即ち基本式 v を利用して

$$P(c-\eta\omega)^{\gamma}=\mathrm{const}$$

この関係は燃焼完了点に於いても, 燃焼完了後の何れの点に於いても同様であるから

$$P(c-\eta\omega)^{\gamma}=P_l(c_l-\eta\omega)^{\gamma}$$

II の記号に従つて, 上式より所望の圧力式が得られる。

$$P=P_lX^{-\gamma} \qquad (27)$$

速度式は基本式 (ii) を利用する。(ii) を変形して

$$\mu v dv=Pdc$$

之を (27) 式に代入すれば

$$\mu v dv=\left(\frac{c_l-\eta\omega}{c-\eta\omega}\right)^{\gamma}P_l dc$$

之を積分して整理すれば

$$v^2=v_l^2+\frac{2}{\gamma-1}\frac{P_l}{\mu}(c_l-\eta\omega)(1-X^{1-\gamma})$$

即ち

$$v=\sqrt{v_l^2+\frac{2}{\gamma-1}\frac{P_l}{\mu}(c_l-\eta\omega)(1-X^{1-\gamma})} \qquad (28)$$

IV. 算　　例

次の発射器について弾道諸元を求める。

$a=1.0$	$L=15.0$	$p=5.00$
$\lambda=0.25$	$i=1.02$	$\eta=1.10$
$n=\gamma=1.25$	$C=11.78$	$c'=1.767$
$P_0=40{,}000$	$\sigma=0.7854$	$\rho=6.667$

装薬は次の三種類の火薬の混合とする。

火薬の番号	f_i	A_i	G_i	ω_i
No. 1	0.72×10^6	0.00462	0.447	0.130
No. 2	0.90×10^6	0.00325	0.305	0.270
No. 3	1.10×10^6	0.00232	0.236	0.400

$$\omega=\sum\omega_i=0.130+0.270+0.400=0.800$$

〔1〕 与件の吟味

先ず与件が (18) 式の條件を満足し所望の解が得られるか否かを吟味する。

先ず (18) 式の左辺を求める。

$$U_l=\sum_j f_j\omega_j$$
$$=(0.72\times0.130+0.90\times0.270+1.10\times0.400)\times10^6$$
$$=0.777\times10^6$$

$$\eta=i\frac{p}{g}\left(1+\lambda\frac{\omega}{p}\right)$$
$$=1.02\times\frac{5.00}{97.97}\times\left(1+0.25\times\frac{0.800}{5.00}\right)$$
$$=0.0541$$

$$\sigma^2=(0.7854)^2=0.6169$$

$$\frac{\mu}{\sigma^2}=\frac{0.05410}{0.6169}=0.08770$$

$$\frac{2}{n-1}\cdot\frac{\mu U_l}{\sigma^2}=\frac{2}{1.25-1}\times0.0877\times0.777\times10^6$$
$$=544900$$

$$\sqrt{\frac{2}{n-1}\cdot\frac{\mu U_l}{\sigma^2}}=738$$

次に k_i を求める。之は (3) 式より

$$k_i=\frac{2}{A_iG_i}(1-\sqrt{1-G_i})$$

火薬 No. 1

$$k_1=\frac{2}{0.00462\times0.447}(1-\sqrt{1-0.447})=248$$

火薬 No. 2

$$k_2=\frac{2}{0.00325\times0.305}(1-\sqrt{1-0.305})=273$$

火薬 No. 3

$$k_3=\frac{2}{0.00232\times0.236}(1-\sqrt{1-0.236})=460$$

従つて

$$k_3>k_2>k_1$$

であるから $k_l=k_3$ である。従つて

$$\sqrt{\frac{2}{n-1}\cdot\frac{\mu U_l}{\sigma_2}}>k_l$$

である。この関係によつて (18) 式が満足されることは明かであるから, 与件によつて所望の弾道解が得られることが判明した。

〔2〕 準備計算

Ⅱの記号に基き必要なる補助諸元を計算しておく。計算区間は発射体の起動より No. 1 火薬が燃焼を終る迄 (0,1)，之より No. 2 火薬が燃焼を終る迄 (1,2) 及び之より No. 3 火薬が燃焼を終る迄 (2,3) の三つである。

$f_i\omega_i A_i$

No. 1　$0.72\times10^6\times0.130\times0.00462=432$

No. 2　$0.90\times10^6\times0.270\times0.00325=790$

No. 3　$1.10\times10^6\times0.400\times0.00232=1021$

$f_i\omega_i A_i^2 G_i$

No. 1　$432\times0.002065=0.892$

No. 2　$790\times0.000991=0.783$

No. 3　$1021\times0.000548=0.560$

$M=\sum_{i\neq j} f_i\omega_i A_i$

	(0,1)	(1,2)	(2,3)
No. 1	432	–	–
No. 2	790	790	–
No. 3	1021	1021	1021
M	2243	1811	1021

$N=\sum_{i\neq j} f_i\omega_i A_i^2 G_i$

	(0,1)	(1,2)	(2,3)
No. 1	0.892	–	–
No. 2	0.783	0.783	–
No. 3	0.560	0.560	0.560
N	2.235	1.343	0.560

$U=\sum_j f_j\omega_j$

	(0,1)	(1,2)	(2,3)
No. 1	–	0.0936×10^6	0.0936×10^6
No. 2	–	–	0.2430×10^6
No. 3	–	–	–
U	0.00	0.0936×10^6	0.3366×10^6

次に先ず発射体の起動前に燃焼する火薬はないものと看做して k_0 を求める。

$M_0=M_{0,1}=2243$

$N_0=N_{0,1}=2.235$

$h=P_0(c'-\eta\omega)=40000(1.767-1.10\times0.800)$

$=35.48$

(6) 式より

$$k_0=2\left(\frac{M_0\pm\sqrt{M_0^2-hN_0}}{N_0}\right)$$

$$=2\left(\frac{2243\pm\sqrt{2243^2-35480\times2.235}}{2.235}\right)$$

$$=16.11$$

（但し±記号中＋は題意に適せぬから除去する）この k_0 は k_i の何れよりも小さいから，発射体起動前に燃焼する火薬がないとした仮定は採用出来る。

$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \epsilon,\ f,\ E,\ F,\ b,\ K$

夫々の算式によつて求めると次の如くなる。

	(0,1)	(1,2)	(2,3)
α	0.1740	0.1545	0.1373
β	100.37	81.42	46.78
γ	−32.5	8176	29487
ϵ	1153	1102	916
f	− 0.17	48.03	234.45
E	5.847	6.111	5.700
F	0.07946	0.3608	1.5868
$\log K$	17.9237	19.2519	20.8193

〔3〕 $k_i\sim Z_i$ の計算

(3) 式より

$$Z_i=kA_i\left(1-\frac{k}{4}A_iG_i\right)$$

にて計算すると次の通りである。

区 間	k	No. 1	No. 2	No. 3
(0,1)	16.11	0.064	0.051	0.037
	50	0.225	0.161	0.115
	100	0.438	0.317	0.229
	150	0.639	0.469	0.341
	200	0.829	0.618	0.451
	248	1.000	0.756	0.556
(1,2)	248	–	0.756	0.556
	300	–	0.903	0.668
	336	–	1.000	0.744
(2,3)	336	–	–	0.744
	400	–	–	0.877
	460	–	–	1.000

〔4〕 $k\sim v$ の計算

$$\frac{\sigma}{\mu}=\frac{0.7854}{0.05410}=14.52$$

(5) 式より

$$v=\frac{\sigma}{\mu}(k-k_0)=14.52(k-16.11)$$

区 間	k	$k-k_0$	v
(0,1)	50	33.89	492
	100	83.89	1218
	150	133.89	1944
	200	183.89	2670
	248	231.89	3367
(1,2)	248	231.89	3367
	300	283.89	4122
	336	319.89	4645
(2,3)	336	319.89	4645
	400	383.89	5574
	460	443.89	6445

〔5〕 $k\sim c$ の計算

区　間	k	$\log K_{i-1,i}$	$\log (e-k)$	$\log (f+k)$	$c-\eta\omega$	c
(0, 1)	50	17.9237	3.0426	1.7004	0.997	1.877
	100	17.9237	3.0224	2.0009	1.238	2.118
	150	17.9237	3.0013	2.1767	1.593	2.473
	200	17.9237	2.9791	2.3015	2.099	2.979
	248	17.9237	2.9566	2.3983	2.792	3.672
(1, 2)	248	19.2519	2.9315	2.4713	2.792	3.672
	300	19.2519	2.9042	2.5416	3.866	4.746
	336	19.2519	2.8842	2.5843	4.945	5.825
(2, 3)	336	20.8193	2.7634	2.7563	4.945	5.825
	400	20.8193	2.7126	2.8024	8.142	9.022
	460	20.8193	2.6590	2.8417	14,250	15,130

与件によつて $C=11.78$ であるから筒内にて燃焼は完了しない。

〔6〕 $k\sim P$ の計算

(20) 式より

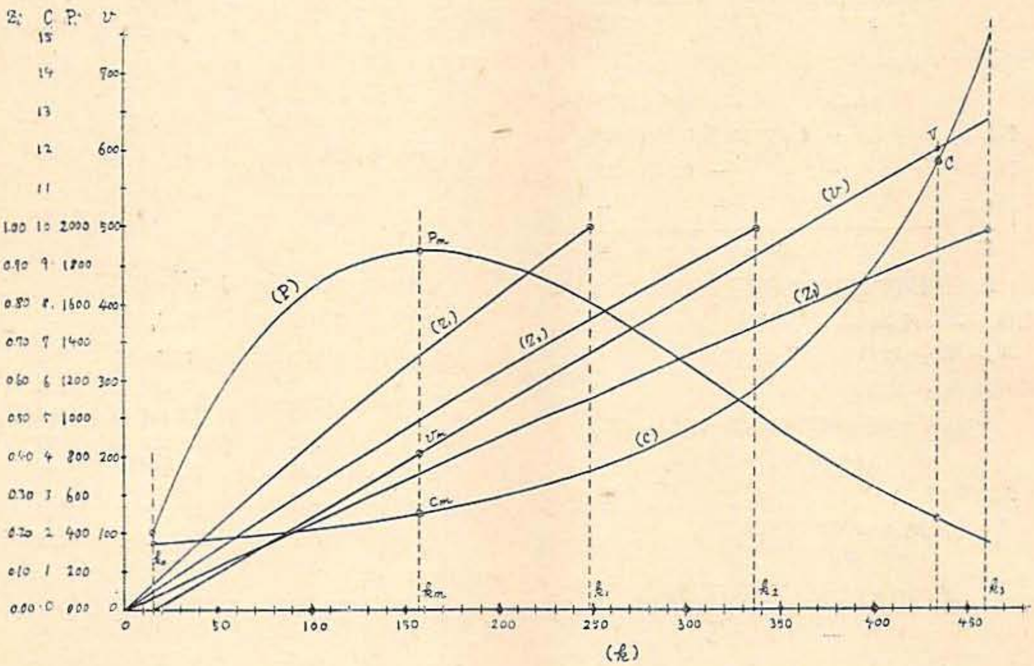
$$P=b\alpha\frac{(e-k)(f+k)}{(c-\eta\omega)}$$

$$\left(\log b=\log\frac{\sigma^2}{\mu}=1.0569\right)$$

上式右辺の対数値は (5) の計算表より求めることが出来る。従つて

区 間	k	$\log P$	P
(0,1)	50	5.0419	110100
	100	5.2280	169100
	150	5.2733	187600
	200	5.2560	180300
	248	5.2064	160900*(160200)
(1,2)	248	5.2026	159500*(160200)
	300	5.1042	127100
	336	5.0200	104700
(2,3)	336	5.0200	104700
	400	4.7988	62900
	460	4.5414	34800

* 印の計算値は理論上一致すべきであるが，計算誤差の為に斯く異つたのであるからこの二つの平均値（括弧内の数字）をとることとする。



〔7〕 最大腔圧点の計算

最大腔圧点の位置は区間 (0,1) にあることが〔6〕の計算にて知られる。(23) 式より

$$k_m=\frac{e(1+F)-f(1+E)}{E+F+2}$$

e, f, E, F に区間 (0,1) に応ずる値を用いて

$$k_m=\frac{1153\times(1+0.07946)+0.17(1+5.847)}{5.847+0.079+2}$$

$$=157$$

この値を (12) 式に代入して

$$c_m-\eta\omega=1.652,\quad c_m=2.532$$

k_m, c_m の値を (20) 式に代入して

$$P_m=187800$$

を得る。以上によつて計算された弾道諸元を図示すると次の如くなる。(前頁参照，但し P はkg/cm²にて示す)

V. 結　論

以上によつて特徴数を異にする多数の火薬を混合して一つ装薬とした場合の砲内弾道解法が得られた。而してこの解式に当つて仮定として $\eta=\frac{1}{\delta}$ を用いたが，之は Charbonnier の解法[2]に於いて暗に用いられたところであつて解法の理論的精度を甚しく低下することはないであろう。即ちこの解法は従来の解法の精度を概ね保存しつつ更に多種火薬の混合装薬の解法に適する如く拡張したものである。また算例に於いて知り得る如くその計算は極めて簡単実用的と思考せられる。

以上の解法を連続的に拡張すれば恐らくは黒色火薬に適合すべき理論式が得られるのではあるまいか。この点は爾後の研究に俟つ。

文　献

1) 山家信次，増田信男：火薬燃焼の幾何学的関係について，火兵学会誌，26. 13 (昭和8年)

2) 山家信次，砲内弾道学講義：第二篇第VI章 Charbonnier の弾道学

新発破理論の実際面への適用

——引張り主応力破壊説——

(昭和31年1月20日　受理)

村田　勉・田中一三

(日本油脂株式会社武豊工場)

§1. 緒　言

岩石発破の際の破壊現象はかなり複雑なもので，一般にはこれを理論的に解析することは相当面倒であり，簡単な二，三の数式を以て律し得られるものではない。先に筆者等は[1]，自由面を有する発破の問題を力学的に考究し，先ず発破の微分方程式をたててこれを適当な境界條件の下になるべく厳密に解き，岩石内の各点に於ける主応力の大きさと，その方向を求めることが出来た。そして破壊の要因が引張り主応力であることを前提として，普通の産業爆破の場合の一自由面発破では，漏斗指数が 1.3〜1.4 附近になるような設計が最も経済的と言えることを明らかにした。

今回はその報告を基礎として，更に実用面に進展させた結果について報告する。これによれば漏斗孔の形状はもちろん，普通発破から小割発破，大発破に至る各種の発破方式，更には高圧気体を利用する発破に対しても，これらに伴う諸現象とともにそれぞれ満足な説明を与えることが出来て，一つの新しい発破理論を形成することが出来る。

§2. 標準装薬の條件

前報に於て，筆者等は球状装薬，一自由面発破の場合に，岩石内に発生する主応力分布を計算し，図1の如き結果を得た。そのとき境界條件として，岩石に体積変化のない場合は，普通に用いられている所の自由面に於ける條件，即ち垂直応力 $\sigma_{nn}=0$ を用いたが岩石に体積変化を考える一般の場合では，特に自由面のみで dilatation (体積変化) $\Theta=0$ を用いた[2]。これは理論に新しさを導入するものであるが，発破現象が極めて短時間であつて，自由面では僅かの体積変化が破壊をもたらすと考えられるからである。

図1で矢印は圧縮主応力の方向を示し，引張り主応力はこの線に直角である。従つて前報では引張りによ