

固体推進薬の Critical Modulus

大村 績・横山 幸夫

フリースタンド方式による固体ロケット推進薬は、飛翔時の加速度による応力、及びエンジン内部のガス流速によるエンジン前後部の圧力差に応じて圧縮変形を受ける。この変形の為にガス流速が増加し、圧力差は増々増加し推進薬の弾性率が小さい場合には、推進薬は破損に到る場合がある。

今回はエンジン内における、ガス流速により生ずる応力カーブを理論的に検討し、必要最小限の推進薬 Modulus を計算する方法を導き出した。

1. 結 言

固体ロケット推進薬は、近年目を見張るような発達をとげ、現在種々な用途に使用されてきている。

しかしながら、推進薬を設計するに当たって火薬としての性能、即ち、燃焼性能、各種感度等に対しては歴史の古い発射薬の貴重な経験より比較的容易に設計が可能であった。これに反して、推進薬の必要物性に関しては、明確な基準がなく多くの場合、試行錯誤を繰り返してきたのが実状である。

今回、フリースタンド方式の固体推進薬の場合の推進薬に受ける軸方向応力について理論的に計算し、実際と比較した結果について、ここに報告する。

2. 理 論

推進薬の燃焼中、その推進薬は、燃焼室の前方とノズル端とのガス流速の速度差によって生ずる圧力差により圧縮される。また、飛翔中、ロケットの軸方向の加速度によっても圧縮変形をうける。これらの軸方向の圧縮応力は、推進薬の断面積を変形（増加）させる。この断面積の増加は、ガス通路を小さくさせる。この現象を図1にモデル的に示す。

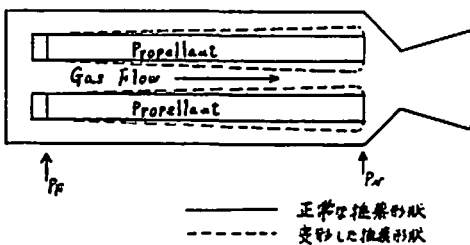


Fig. 1

この軸方向の応力 σ_z は、次式で示される^{1),2)}。

$$\sigma_z = P_F - P_N + L \cdot \rho_P \beta \quad (1)$$

σ_z = 軸方向応力 [kg/cm²]

P_F = Stagnation Pressure ["]

P_N = ノズル末端の Pressure ["]

L = 推進薬長 [cm]

ρ_P = 推進薬比重 [kg/cm³]

β = 飛翔時の加速度

この軸方向応力によって変形する推進薬断面積は次式で表わされる^{1),2)}。

$$A_{P_t} = A_P \left(1 + \frac{2\mu}{E} \sigma_z \right) [1 + 2\alpha(T_t - T_t^0)] \quad (2)$$

ここで

A_P = 推進薬初期断面積 [cm²]

A_{P_t} = 変形時の推進薬断面積 ["]

μ = 推進薬のポアソン比 [-]

E = 推進薬のモジュラス [kg/cm²]

α = 推進薬の熱膨張係数 [cm/cm/°C]

T_t^0 = 基準温度 [°C]

T_t = 推進薬の初期温度 ["]

実際の使用条件下では

$$2\alpha(T_t - T_t^0) \ll 1$$

と考える事とすると (2) を次のように変形できる。

$$\frac{\sigma_z}{\sigma_0} = \frac{1}{2\mu} \cdot \frac{E}{\sigma_0} \left(\frac{A_{P_t}}{A_P} - 1 \right) \quad (3)$$

σ_0 = 初期条件 [kg/cm²]

次に (1) 式の σ_z の計算方法について記す。(1) 式に於ける P_F は Stagnation Pressure であり、これは実測または推進薬の性能より設計値として与えられる。また $L \cdot \rho_P \cdot \beta$ 設計値として与えられるものである。

従って、 σ_z を計算するためには、 P_N の値が必要である。この P_N は、固体ロケットエンジンの基礎理論より次のように求める事が可能である。

$$P_F = P_N(1 + KM_N^2) \quad (4)$$

K = 燃焼ガスの比熱比 [-]

M_N = 推進ノズル側に於ける燃焼ガス流速 (Mach 数) [-]

この M_N は次の式で表わされる。

$$\frac{1}{J_N} = \frac{1}{M_N} \left(\frac{1 + \frac{K-1}{2} M_N^2}{1 + \frac{K-1}{2} M_t} \right)^{\frac{K+1}{2(K-1)}} \quad (5)$$

$$J_N = A_t / A_f$$

A_t = ノズルスロート断面積 [cm²]

A_f = ガス通路面積 ["]

M_t = ノズルスロート部に於けるガス流速 [-]

($M_t=1$ と置いて通常は差支えない。)

また

$$A_F = A_E - A_P \quad (6)$$

A_E = エンジン断面積 [cm²]

A_P = 推進断面積 ["]

以上の式により、 P_N は設計値として定まる。

エンジン断面積 A_E 、推進断面積 A_P 、ノズルスロート面積 A_t 、及び推進の特性値である燃焼ガスの比熱比 K を与えれば P_F より P_N が計算可能である。

然しながら上式は、理論上の検討であり、実際の計算手順は次のようにして行なうことが必要である。

即ち、今推進に於けるガス流速のために推進が変形し初期値 A_P が A_{Pt} に変形したとすると (1)~(6) 式は、次の様に表わされる。 A_P が A_{Pt} に変形したとすると

$$A_{ft} = A_E - A_{Pt} \quad (7)$$

A_{ft} = 推進変形時に於ける通路面積

$$J_t = A_t / A_{ft} \quad (8)$$

$$\frac{1}{J_t} = \frac{1}{M_t} \left(\frac{1 + \frac{K-1}{2} M_t^2}{1 + \frac{K-1}{2}} \right)^{\frac{K+1}{2(K-1)}} \quad (9)$$

$$P_F = P_t(1 + KM_t^2) \quad (10)$$

$$\sigma_{zt} = P_F - P_t + \frac{W_P}{A_{Pt}} \beta \quad (11)$$

以上の (7)~(11) 式について、各 A_{Pt} を変える事により σ_{zt} が計算される。これを σ_{zt}/σ_0 及び A_{Pt}/A_P とでプロットすればガス流速により発生する応力カーブが得られ、図2のAなる曲線となる。

また、(3) 式はある弾性率を有する推進の応力と歪とを示す式であり図2の $\sigma_{zt}/\sigma_0 \sim A_{Pt}/A_P$ のグラフに対しては、横軸の1及び縦軸の0を通りその勾配は

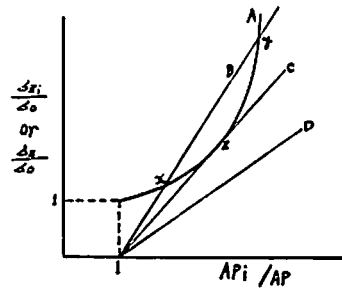


Fig. 2

$\frac{1}{2\mu} \cdot \frac{E}{\sigma_0}$ を有する直線であり、図2の直線 B, C, D で代表される。

ここで直線A及び直線 B, C, D との関係について考えてみる。

直線Bは、推進が燃焼を初めると直ちに推進はx点迄変形し、応力がバランスして正常に燃焼する。

燃焼に何らかの異常を生じ、ガス流速が増加した場合y点を越えればガス流速による応力が推進の圧縮力より大きくなり、推進は破壊される。

y点を越えない場合は、直ちにx点に戻って安定に燃焼を継続する。即ち、x-y間が安定燃焼域であり、このx-y間が長いほど安定に燃焼する範囲が広がる事は論ずることもない。

直線Cは、z点迄変形して燃焼するが、安定燃焼範囲が1点であり、わずかの乱れによって推進は破壊される。即ち、Criticalな点である。

直線Dは、燃焼開始と同時に応力バランスが取れる事なく推進は変形を続け、ついには破壊に至る。

以上の手順により、フリースタンド方式に於いては、推進形状及びノズルスロート断面積より応力カーブが決定され、そのカーブに対する接線よりその推進に必要な Critical Modulus が計算出来る。逆に推進の Modulus が既知の場合は安定燃焼範囲が計算可能である。

3. 実施例

当社に於いては、各種構造物の振動試験の起振源として固体ロケットを用いてきた。過去に於ける実施例には下記のものがある。

使用目的	性能
中央高速道路底沢橋耐震試験用	2,000 kg × 1 sec
横吹橋	"
東名高速道路酒匂川橋耐震試験用	"
宮城県釜房ダム橋梁耐震試験用	5,000 kg × 1 sec
門司大橋耐震試験用	1,000 kg × 2 sec (2カ同時使用)

この固体ロケットの設計に当り、設計及び製造コストの低下のために、エンジン及び推葉は同一サイズとし推力の調節は、推葉の長さ及びノズルスロートの調節で行なうようにしてある。

即ち、今推力 1ton でノズルスロート断面積 A_T のエンジンを使用して推力 2ton のエンジンを作る場合、その形状は同一として、推葉長さのみを2倍にし、スロート断面積を2倍にする事によって目的の性能を得る方式である。

エンジン設計諸元

エンジン断面積	A_E	158.29 cm ²
初期推葉断面積	A_P	94.51 cm ²
設定内圧	P_P	80.00 kg/cm ²
スロート断面積	A_T	1.0ton 用 10.58
		1.5 " 15.87
		2.0 " 21.16
		2.5 " 26.44
		3.0 " 31.73
		3.5 " 37.02
		4.0 " 42.31

Critical Modulus 計算結果及びテスト結果

仮定値 推葉のポアソン比=0.5
比熱比=1.25

推力	Critical Modulus 計 値	テスト結果
1.0ton 用	9.51 (kg/cm ²)	2/ 2 良 好
1.5 "	21.35 "	—
2.0 "	37.91 "	12/12 良 好
2.5 "	59.30 "	—
3.0 "	86.20 "	—
3.5 "	120.28 "	2/ 2 良 好
4.0 "	166.02 "	2/ 2 異常燃焼

使用推葉の物性値 (at 20°C)

a (%)	圧縮率 a% 時の強度			破断時
	10	20	50	
圧縮強度 (kg/cm ²)	14.0	29.3	63.5	6.52

上記推葉の実測値より本推葉のモジュラスとしては、140 kg/cm² 程度であり、破断時に於いて 130 kg/cm² 程度となる。

この事より、推力 4.0ton が異常燃焼を起こし、推力 4.5ton は 2/2 良好であったが、限界に近いものと思われる。

4. 考 察

以上の計算過程には種々の仮定を含み、単純にこの

理論の適合性を論ずる事には問題がある。即ち、

- 1) 推葉の変形位置は、理論ではノズル側末端が最大である事を仮定しているが、これは必ずしも正しくない。
- 2) 推葉を変形させる力は、圧力差及び加速度以外に大きなファクターとして、ガス流速による抵抗がある³⁾が、本式はこの抵抗を無視している。
- 3) 変形に必要な時間遅れを無視しているが、実際には、この時間の遅れが相当影響すると思われるが現在のところ、この点については未検討である。
- 4) グラフより接線を引く事は、相当大きな誤差を生ずる可能性がある。このため前項で計算した Critical Modulus は Computer を利用して計算した。
- 5) 考え方としては、ガス通路面積がノズルスロート断面積と同一になる変形が最大と考え、初期ガス通路面積がノズルスロート断面積に変形する迄を n 等分し計算結果

$$\sigma_z/\sigma_0 \text{ および } A_{P1}/A_P \text{ と}$$

$$\sigma_z/\sigma_0=0, A_{P1}/A_P=1$$

とを通る直線の勾配の最少の点を求め、更にこの最少の勾配の点の前後2点を10等分し、同じく最少の勾配を求める。再度、最少の点前後を10等分して最少の勾配を求め、これを接線として計算させるという方法で行なった。計算結果では、 $n=10$ または 20 で数値にほとんど差がない。IBM 360/60 で1ケースの計算所要時間は7~8秒である。

- 6) ガス比熱比を $K=1.25$ で計算したが、念のため $K=1.30$ で計算させた結果 $K=1.25$ の時に比して約2%大きな値が Critical Modulus として得られた。この程度の事は目下のところ問題にする必要はないものと思われる。
- 7) 今回は、全面燃焼型の推葉形状について主として検討したが、内面燃焼型についても基本的には適用可能と思われるが、レストリクターの強度をどのように評価するか未検討である。
- 8) 推葉の強度は、その測定方法によっても異なる。即ち、変形速度を変える事によって実測強度が異なる事は衆知の事である。これに関しては、時間一速度換算例 (W-L-F 式) で換算可能であることも衆知であるが、今回はエンジン内部に於ける変形速度をどのように評価すれば妥当であるか不明であったため、計算 Critical Modulus と実測 Modulus を直接比較した。
- 9) 理論式では加速度を受けた時も計算出来るようになってきているが、加速度を受けた時の適応性に関しては、今後検討を加える必要がある。

5. 結 論

フリースタンド形式に於ける固体ロケット推進につき、燃焼中及び飛翔時に於ける軸方向応力について種々の前提のもとに Critical Modulus の求め方を示し、実験結果と比較的良好一致を示した。

この事より、一応推進としての必要物性を設計基準として計算できる見通しを得た。今後はこの式の適応性を広い範囲に於いて確認し、より妥当な修正を加えてゆく必要があるものと思われる。

終りに、この計算に当って実際に計算を行ない、理論式を検討して頂いた海上自衛隊機須賀造修所の高野

哲氏に感謝する次第である。

文 献

- 1) M. Barrere et al "Rocket Propulsion" Elevier pub. Co. (1960) p. 274
- 2) C. Huggutt et al "Solid Propellant Rocket" Princeton Univ. Press. (1970) p. 84
- 3) R. L. Peters "Design of liquid, Solid and Hybrid Rockets" HAYDEY Book Co. (1969) p. 59

Critical Modulus for Solid Propellant

by I. Omura and T. Yokoyama

Free standing solid propellant is deformed by axial stresses which are caused by Flight acceleration and pressure difference between front and end pressure caused by gas flow.

Now, Critical Modulus has been introduced by theoretical calculation.

This report consists of calculation method and experimental data.

Theory coincided with the experimental results.

(Asahi Chem. Ind. Sakanoichi Plant)
